ZADACI – ODGOVORI

Poglavlje 2 Budžetsko ograničenje

2.1. Ako potrošač troši 15 ananasa i 8 jabuka, tada budžetsko ograničenje možemo napisati na sledeći način:

$$8p_j + 15p_a = m,$$

gde je p_j cena jabuka, a p_a cena ananasa, a 8 i 15 su količine ova dva dobra koje potrošač troši. Ove količine po ovim cenama iscrpljuju ceo potrošačev dohodak.
Ako troši 12 jabuka i 3 ananasa, budžetska linija je:

$$12p_j + 3p_a = m.$$

Pošto su desne strane obe jednačine iste možemo da izjednačimo njihove leve strane, pa dobijamo:

$$8p_j + 15p_a = 12p_j + 3p_a$$

$$12p_a = 4p_j$$

$$3p_a = p_j.$$

Ako je cena jabuka 12 pezosa, cena ananasa je 4 pezosa. Dohodak je:

$$m = 8p_j + 15p_a = 8 \cdot 12 + 15 \cdot 4 = 156.$$

2.2 U ovom zadatku potrebno je da rešimo sistem od dve jednačine sa dve nepoznate. Količinu pica obeležićemo sa P, a količinu morske salate sa S. Prvo ograničenje je vezano za potrošačev dohodak:

$2P + 4S = 20$, rešavajući po P dobijamo:

$$2P = 20 - 4S$$

$$P = 10 - 2S.$$

Drugo ograničenje je vezano za količinu kalorija:

$$850P + 200S = 4000.$$

Zamenjujući $P = 10 - 2S$ u drugu jednačinu dobijamo:

$$850(10 - 2S) + 200S = 4000.$$

Rešavanjem ove jednačine dobija se da je S=3 i P=4.

2.3. Ako se cene oba dobra promene u istoj proporciji nagib budžetske linije se ne menja. Odsečak na horizontalnoj osi se smanjuje sa 70 na 70/3, a odsečak na vertikalnoj osi se menja sa 70/2 na 70/6.

2.4 Videti zadatak 2.1.

2.5. Ako ceo dohodak troši na šljive, tada može da kupi $\frac{320}{10} = 32$ šljive.

2.6 Ako Krsta troši 4 džaka semenki i 10 paklica putera i ima dohodak 92€ budžetsko ograničenje se može napisati na sledeći način:

$4p_a + 10p_b = 92$, gde su p_a i p_b cene džaka semenki i paklice putera.

Pošto je poznato da je p_a= 8€, ovo zamenjujemo u prethodnoj jednačini:

$$4 \cdot 8 + 10p_b = 92$$

$$10p_b = 60 \Rightarrow p_b = 6.$$

Budžetska linija ima oblik:

$$8a + 6b = 92.$$

Ako ovu jednačinu pomnožimo sa 2 budžetska linija se neće promeniti:

$$16a + 12b = 184.$$

2.7. Krstin dohodak je $m = 12 \cdot 3 = 36$. Ako dohodak troši samo na petparačke priče, on može da kupi $\frac{36}{4} = 9$ petparačkih priča.

2.8. Promena cena oba dobra u istoj proporciji ne menja nagib budžetske linije, ali porast dohotka u većoj proporciji od cena uslovljava pomeranje budžetske linije dalje od koordinatnog početka.

2.9. Odsečak na horizontalnoj osi se smanjuje u većoj meri nego odsečak na vertikalnoj osi, pa budžetska linija postaje strmija.

2.10. Videti zadatak 2.6

2.11. Uvođenje subvencije na krompir znači da se cena krompira smanjuje sa 9 na 4. Lavrentije plaća krompir 4€, a 5€ država plaća proizvođaču. Država uvodi Lavrentiju i porez na dohodak od 20€, tako da njegov dohodak posle poreza iznosi 75€.

2.12. Videti zadatak 2.1.

2.13. Podelimo jednačinu budžetskog ograničenja sa 2 i dobijamo $5 \cdot A + B = 40$. Iz poslednje jednačine imamo da je cena dobra A 5 a dobra B 1. Da bi se povećala potrošnja dobra A za 3 jedinice potrebno je smanjiti potrošnju dobra B za 15 jedinica, jer je dobro A 5 puta skuplje.

2.14. Mladi Aca ima džeparac od 10€ i dobija 10€ za svaku činiju ovsene kaše koju pojede. Za O ovsenih kaša Aca dobija $10 \cdot O$. Acini ukupni prihodi su $10+10 \cdot O$. Sa druge strane slatkiši koštaju 5€, pa S slatkiša košta $5 \cdot S$. Za Acu mora da bude zadovoljen uslov da su ukupni prihodi jednaki ukupnim izdacima: $10+10 \cdot O = 5 \cdot S$. Da bismo odredili nagib budžetske linije rešavamo jednačinu po zavisnoj promenljivoj (dobro koje je na vertikalnoj osi), pa dobijamo $S = 2 + 2 \cdot O$.

3.1. Razmotrimo prvo odgovor pod (c). Krive indiferentnosti imaju oblik $y = \frac{k}{(x+6)}$. Zamenićemo vrednosti k za korpu (13,8) u jednačini koja predstavlja krivu indiferentnosti $y = \frac{k}{(x+6)}$:

$$8 = \frac{k}{(13+6)} \Rightarrow k = 152.$$

Vrednost k za korpu (8,13) je $13 = \frac{k}{(8+6)} \Rightarrow k = 182$.

Vrednost k je veća za korpu (8,13) pa zaključujemo da je ova korpa preferirana u odnosu na korpu (13,8).

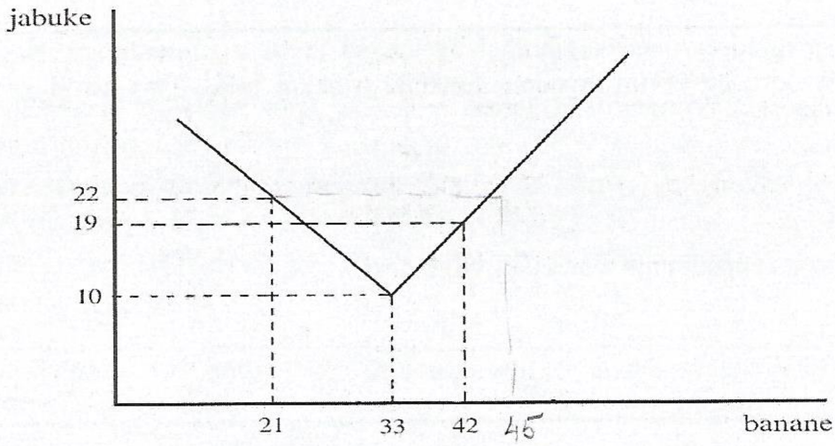
Analizirajmo sada odgovor pod d). Vrednost k za korpu (7,10) iznosi $10 = \frac{k}{(7+6)} \Rightarrow k = 130$, a za korpu (10,7) $7 = \frac{k}{(10+6)} \Rightarrow k = 112$.

Korpa (7,10) je preferirana u odnosu na korpu (10,7).

3.2. Ako su krive indiferentnosti oblika kruga, tada potrošač ima tačku zasićenja. Tačka zasićenja je centar koncentričnih krugova (17,18). Kada su u pitanju preferencije ovog oblika potrošač preferira onu tačku koja je bliža tački zasićenja (17,18). Da bismo odredili koja tačka je bliža tački (17,18) potrebno je da koristimo formulu za računanje rastojanja u prostoru koja ima opšti oblik $d = \sqrt{(x_1 - c_1)^2 + (x_2 - c_2)^2}$, gde su (c_1, c_2) koordinate centra kruga, a (x_1, x_2) koordinate tačke za koju tražimo rastojanje.

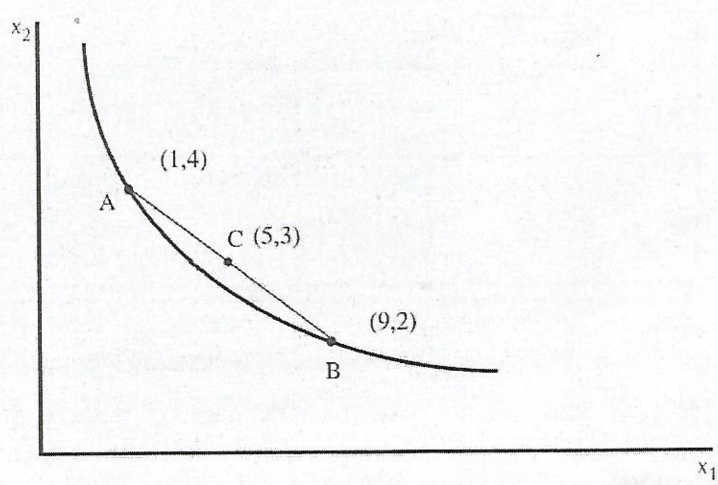
Zamenimo koordinate tačaka koje su ponuđene u alternativi d). Rastojanje tačke (22,23) od centra kruga (17,18) je $d = \sqrt{(22-17)^2 + (23-18)^2} = 7{,}07$ a rastojanje tačke (21,24) od centra kruga je $d = \sqrt{(21-17)^2 + (24-18)^2} = 7{,}21$. Pošto je korpa (22,23) bliža centru kruga od korpe (21,24) ona je preferirana. U solucijama b) i c) se nalaze netačna tvrđenja.

3.3. Videti sliku 3.1. Kriva indiferentnosti za ovog potrošača ima oblik krive za savršene supstitute dok se ne dostigne potrošnja od 33 banane. Kada se troši više od 33 banane kriva indiferentnosti ima pozitivan nagib (neželjena dobra). Sve tačke na ovoj izlomljenoj krivi indiferentnosti imaju isti nivo korisnosti. Potrošač ima 42 banane i 19 jabuka. Na ovom nivou potrošnje banana one su neželjeno dobro. Potrošaču je plaćeno 9 jabuka da bi on povećao svoju potrošnju banana od 33 do 42. Oduzimanjem ovih 9 jabuka i 9 banana vraćamo se u tačku u kojoj potrošač ima 33 banane i 10 jabuka. Ako smanjujemo potrošnju banana ispod 33, banane i jabuke su savršeni supstituti, pa ako troši 22 jabuke on mora da troši 21 bananu (ukupan zbir mora biti 33+10=43).



Slika 3.1. Supstituti i neželjena dobra

3.4. Za preferencije kažemo da su konveksne ako spajanjem dve tačke na istoj krivi indiferentnosti dobijemo tačku na duži koja pokazuje veću korisnost.



Slika 3.2. Konveksnost preferencija

Sve tačke na duži AB predstavljaju konveksnu linearnu kombinaciju tačaka *A* i *B*. U opštem obliku, ako su (x_1, x_2), (y_1, y_2) i (z_1, z_2) koordinate tačaka *A*, *B* i *C* respektivno, tada tačka *C* predstavlja konveksnu linearnu kombinaciju tačaka *A* i *B* ako važi $z_1 = \lambda \cdot x_1 + (1-\lambda) \cdot y_1$ i $z_2 = \lambda \cdot x_2 + (1-\lambda) \cdot y_2$, za $0 < \lambda < 1$. Uzimajući da je $\lambda = 0{,}5$ određujemo koordinate tačke *C*:

$$z_1 = \lambda \cdot x_1 + (1-\lambda) \cdot y_1 \Rightarrow 5 = 0{,}5 \cdot 9 + 0{,}5 \cdot 1 \text{ i}$$
$$z_2 = \lambda \cdot x_2 + (1-\lambda) \cdot y_2 \Rightarrow 3 = 0{,}5 \cdot 4 + 0{,}5 \cdot 2$$

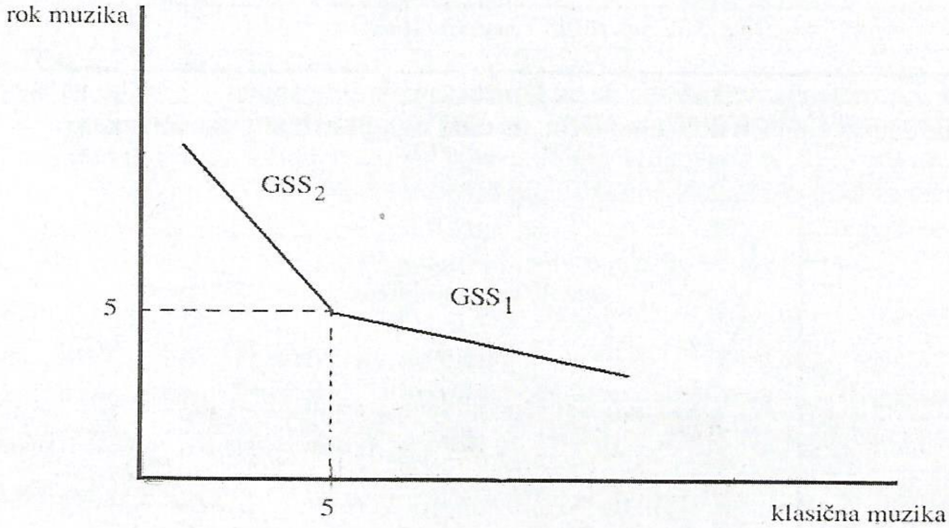
3.5. GSS je predstavljena nagibom tangente na krivu indiferentnosti. Nagib tangente je određen prvim izvodom funkcije u nekoj tački. Prvi izvod krive indiferentnosti je:

$$\frac{d\,x_2}{d\,x_1} = -\frac{2}{\sqrt{x_1}}.$$

Granična stopa supstitucije u tački (4,16) iznosi:

$$\frac{d\,x_2}{d\,x_1} = -\frac{2}{\sqrt{4}} = -1.$$

3.6. Melanijine krive indiferentnosti su sledećeg oblika:



Slika 3.3. Kriva indiferentnosti koja se lomi

Ukoliko Melanija ima više diskova klasične muzike, tada GSS ima jednu vrednost GSS_1, a kada ima više diskova rok muzike tada se menja vrednost GSS u GSS_2. Ako je GSS konstantna u bilo kojoj tački u intervalu gde ima više diskova rok muzike, zaključujemo da je njena kriva indiferentnosti prava linija. Isto važi i za interval u kome ima više diskova klasične muzike. I u tom delu koordinatnog sistema je njena kriva indiferentnosti prava linija. Spajanjem dve tačke na ovoj krivi indiferentnosti dobijamo tačku na duži koja pokazuje veći nivo korisnosti. Preferencije su konveksne.

Poglavlje 4 Korisnost

4.1. Korisnost korpe sa kojom raspolaže Žarko (24,4) je:

$$U = 98 \cdot x \cdot y = 98 \cdot 24 \cdot 8 = 9408.$$

Za Žarka je korisnost korpe sa kojom raspolaže Branko (zamenimo Brankovu korpu u Žarkovu funkciju korisnosti). $U(5,24) = 98 \cdot x \cdot y = 98 \cdot 5 \cdot 24 = 11760$. Zaključujemo da Žarko preferira Brankovu korpu. Za Branka je korisnost njegove korpe $U = 5 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \cdot 5 + 2 \cdot 24 = 73$. Korisnost Žarkove korpe za Branka je $U(24,5) = 5 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \cdot 24 + 2 \cdot 5 = 128$, pa i Žarko preferira Brankovu korpu.

4.2. Potrošač troši korpu (6,2). Zamenom ovih vrednosti u funkciji korisnosti imamo:

$$U = \min\{3 \cdot x + y, 2 \cdot x + 3 \cdot y\} = \min\{3 \cdot 6 + 2, 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2\} = \min\{20,18\} = 18.$$

Kriva indiferentnosti za ovu funkciju se lomi, ali ima dve moguće vrednosti za GSS. Videti sliku 3.3. u zadatku 3.6. Kada raspolaže sa korpom (6,2) potrošač se nalazi na delu krive indiferentnosti $2 \cdot x + 3 \cdot y$. Nagib krive indiferentnosti je GSS:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{2}{3}.$$

4.3. Kada ima korpu (6,13) Ljiljana ima korisnost $U = 4 \cdot 6 + 13 = 37$. U slučaju smanjenja potrošnje dobra x na 1, Ljiljana treba da ima više dobra y da bi ostala na nivou korisnosti od $37 \Rightarrow 37 = 4 + y \Rightarrow y = 33$.

4.4. Maksine preferencije su oblika $U = \max\{2 \cdot x - y, 2 \cdot y - x\}$, pa odmah možemo da eliminišemo odgovore pod a) i d). Ako Maksa raspolaže sa korpom (5,2) tada je njegova korisnost $U = \max\{2 \cdot 5 - 2, 2 \cdot 2 - 5\} = 8$. Ako povećamo količinu dobra y na 20, pa potrošač raspolaže korpom (5,20) njegova korisnost je $U = \max\{2 \cdot 5 - 20, 2 \cdot 20 - 5\} = 35$. Povećanje količine dobra y povećava njegovu korisnost i odgovor pod b) nije tačan.

Razmotrimo odgovor pod c). U slučaju da Maksa ima više x nego y on može da ima, na primer, korpu (5,3) za koju je njegova korisnost $U = \max\{2 \cdot 5 - 3, 2 \cdot 3 - 5\} = 7$. Smanjimo sada količinu dobra y tako da potrošač raspolaže sa korpom (5,1). Njegova korisnost je $U = \max\{2 \cdot 5 - 1, 2 \cdot 1 - 5\} = 9$. Smanjenje količine dobra y povećava korisnost potrošača.

4.5. U pristupu ordinalne korisnosti nije nam bitan broj utila već samo da funkcija korisnosti raste kada se povećava količina jednog dobra. Ako je funkcija korisnosti $U = x_1 + x_2$, tada je funkcija korisnosti $U = (x_1+x_2)^2$ monotona transformacija prvobitne funkcije korisnosti. U prvoj funkciji korisnost se povećava kada se poveća količina bilo kog dobra, a i u drugoj funkciji korisnost se povećava sa povećanjem količine bilo kog dobra, ali za veći iznos. Nama ovaj apsolutni iznos povećanja korisnosti nije ni bitan, bitno je samo da se korisnost povećava. U tom smislu za neku funkciju $v(x,y)$ kažemo da je monotona transformacija funkcije korisnosti $u(x,y)$, ako je prvi izvod funkcije $v(x,y)$ po $u(x,y)$ veći od nule. Pozitivnost prvog izvoda implicira da se radi o rastućoj funkciji (kada se vrednost funkcije u povećava, tada se i vrednost funkcije v povećava).

Obeležimo Žarkovu funkciju korisnosti sa U i prikažimo funkcije korisnosti ostalih potrošača kao funkciju od U:

Potrošač	Funkcija korisnosti	Prvi izvod	Monotona transformacija
Ana	1000U	1000	DA
Dana	-U	-1	NE
Elizabeta	-1/(U+1)	$1/(U+1)^2$	DA
Feri	U-1000	1	DA
Marina	/	/	/
Filip	/	/	/

Ana ima funkciju korisnosti $1000 \cdot x \cdot y$, pa njenu korisnost možemo da izrazimo u funkciji Žarkove korisnosti $1000 \cdot U$. Prvi izvod ove funkcije je 1000. Kako je prvi izvod veći od nule zaključujemo da se radi o monotonoj transformaciji. Marinina i Filipova funkcija korisnosti se ne mogu izraziti u funkciji Žarkove korisnosti, pa ih odmah eliminišemo; njihove funkcije korisnosti sigurno nisu monotone transformacije.

4.6. Kada ima korpu (25,12) Jana ima korisnost $U = 12 + 4 \cdot \sqrt{25} = 32$. Da bi ostala na istom nivou korisnosti Jana mora da troši više dobra y, kada se potrošnja dobra x smanji na nulu $32 = y + 4 \cdot \sqrt{0} \Rightarrow y = 32$.

4.7. GSS za Duletovu funkciju korisnosti kada raspolaže sa korpom (6,2) je $GSS = -\frac{y}{x} = -\frac{1}{3}$. Kako je $GSS = -\frac{GK_x}{GK_y} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, zaključujemo da je Dule spreman da odustane od 3 jedinice dobra x $(\Delta x = 3)$ u zamenu za 1 jedinicu dobra y $(\Delta y = 1)$.

4.8. Hristina funkcija korisnosti se može prikazati kao $U=(x+8\cdot\omega)^2$ i ovo je monotona transformacija funkcije $U=x+8\cdot\omega$. Poslednja funkcija prikazuje savršene supstitute, a funkcija korisnosti za savršene supstitute je prava linija.

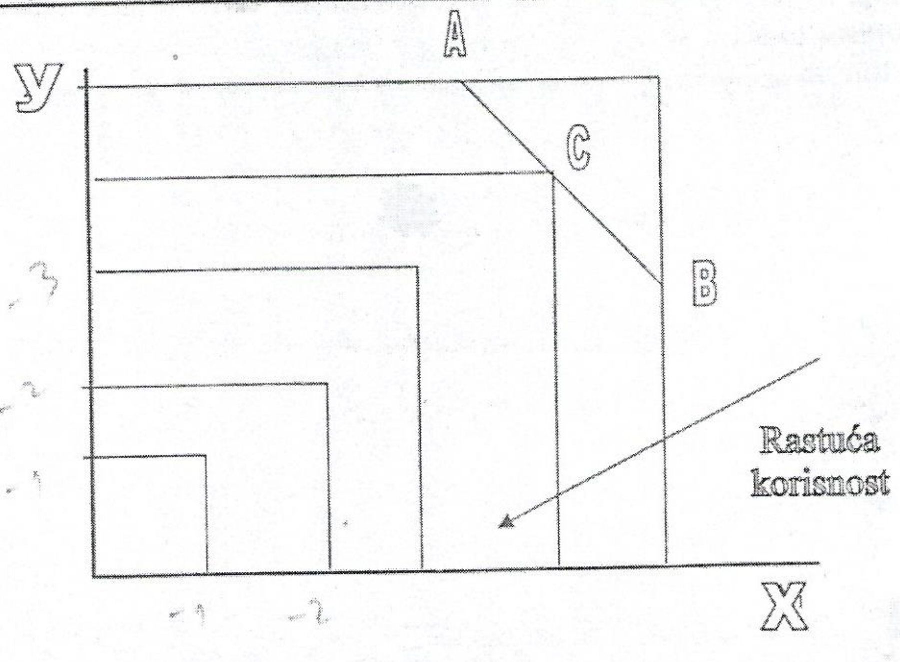
4.9. Videti zadatak 4.6.

4.10. Videti zadatak 4.5.

4.11. Korpa pod c) je skuplja od 100 i nije dostupna potrošaču. Prvih 15 jedinica dobra 1 košta $4\cdot 15=60$ €, a narednih 10 jedinica košta $2\cdot 10=20$ €. Ukupni izdaci za dobro 1 su 80€. 12,5 jedinica dobra 2 košta $12{,}5\cdot 4=50$ €. Ukupni izdaci za oba dobra su 130€, što je više od potrošačevog dohotka. Na isti način možemo da utvrdimo da korpa pod c) nije dostupna i ostaju nam samo korpe pod a) i d). Zamenom konkretnih vrednosti za ove korpe u funkciji korisnosti, dobićemo da je korisnost korpe (12.5,12.5) veća od korisnosti korpe (15,10).

4.12. Videti Teorijsko pitanje 3.6.

4.13. Preferencije za funkciju korisnosti $U=-\max\{x,y\}$ su prikazane na sledećoj slici:



Slika 4.1. Preferencije za funkciju korisnosti $U=-\max\{x,y\}$

Najveća korisnost se ostvaruje u tački (0,0), pa korisnost za potrošača raste kada se nalazi na nižoj krivi indiferentnosti. Spajanjem dve tačke na najvišoj krivi indiferentnosti (koja pokazuje najniži nivo korisnosti) dobijamo duž AB. Ako izaberemo tačku C na duži AB, ona će se nalaziti na nižoj krivi indiferentnosti (na višem nivou korisnosti) pa zaključujemo da su preferencije konveksne.

4.14. Kob-Daglasove preferencije su uvek konveksne, a kod konveksnih preferencija postoji opadajuća GSS.

4.15. Ukoliko je kriva indiferentnosti negativnog nagiba, tada je GSS negativna. U slučaju da je GSS pozitivna, kriva indiferentnosti ima pozitivan nagib. Potrebno je da odredimo GSS i vidimo da li postoji mogućnost da GSS bude pozitivna. GSS za ovu funkciju korisnosti je:

$$GSS = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{1}{2 \cdot y - 1}.$$

Ako je $2 \cdot y - 1 < 0 \Rightarrow y < 0{,}5$, tada je GSS pozitivna, i kriva indiferentnosti ima pozitivan nagib.

5.1. Potrošač bira onu korpu za koju važi jednakost GSS i odnosa cena:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{p_x}{p_y} \Rightarrow -\frac{8\cdot x}{10\cdot y} = -\frac{2}{3} \Rightarrow 6\cdot x = 5\cdot y.$$

Budžetsko ograničenje ima oblik $6\cdot x + 9\cdot y = 162$. Zamenom gornjeg uslova u budžetskom ograničenju dobijamo da je $y = 11{,}57$ i $x = 9{,}64$.

5.2. Videti prethodni zadatak.

5.3. Simina funkcija korisnosti je monotona transformacija Pajine funkcije korisnosti, pa je optimalna korpa za oba potrošača ista.

5.4. Pera Ždera ima tačku zasićenja (50,40) i kada troši ovu korpu on dostiže najviši nivo korisnosti $U = 0$. Svaka druga korpa mu daje manju korisnost (negativnu korisnost), pa sa porastom dohotka Pera Ždera neće odlučiti da promeni korpu koju kupuje (50,40).

5.5. Videti zadatak 6.2.

5.6. Izjednačavajući GSS sa odnosom cena uočavamo da potrošač troši jednu jedinicu dobra x više od dobra y:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{y+1}{x} = -1 \Rightarrow x = y + 1.$$

5.7. Za svaki tačan odgovor na testu na kraju prvog semestra Dana treba da uči A sati, ali broj poena na kraju prvog semestra se množi sa koeficijentom 2 ($2x$ u funkciji $\max\{2x, 3y\}$) pa je za skor od 150 poena potrebno da uči $\frac{150\cdot A}{2}$ sati.

Istom logikom zaključujemo da je potrebno $\frac{150\cdot B}{3}$ sati učenja da bi se ostvario skor od 150 poena na ispitu na kraju drugog semestra. Za Danu je bitno samo da položi ispit, i ona će težiti da uči što je manje moguće sati za ispit, odnosno Dana će težiti da odredi za koji test je potrebno manje učiti da bi se ostvario skor od 150 poena: $\min\left\{\frac{150\cdot A}{2},\frac{150\cdot B}{3}\right\}=150\cdot\min\left\{\frac{A}{2},\frac{B}{3}\right\}$. Iz poslednjeg izraza uočavamo da ako je $\frac{A}{2}<\frac{B}{3}$, odnosno $\frac{A}{B}<\frac{2}{3}$ Dana će izabrati da uči samo za prvi test.

5.8. Da bi postigao maksimum korisnosti Džemo treba da izjednači GSS sa odnosom cena džema i soka. GSS predstavlja odnos GK džema i GK soka:

$$-\frac{GK_{dz}}{GK_S}=-\frac{p_{dz}}{p_S}\Rightarrow-\frac{10}{5}\neq-\frac{5}{10}.$$

Uočavamo da je GSS veća od odnosa cena, pa Džemo može da poveća svoju korisnost tako što će izjednačiti GSS sa odnosom cena bez promene ukupnih izdataka. Cene džema i soka su veličine koje su eksterno definisane (egzogene promenljive) i jedino je moguće uticati na granične korisnosti. Potrebno je da smanjimo GK džema na 5 i da povećamo GK soka na 10. Za svako dobro važi zakon opadajuće granične korisnosti (prvi Gosenov zakon), odnosno granična korisnost opada sa povećanjem potrošnje nekog dobra. Koristeći se logikom prvog Gosenovog zakona zaključujemo da Džemo treba da poveća potrošnju džema da bi se smanjila GK za ovo dobro i da smanji potrošnju soka da bi se povećala GK soka.

5.9. Videti zadatak 5.6.

5.10. U slučaju savršenih komplemenata tražnja za oba dobra je $x_1=x_2=\frac{m}{p_1+p_2}$. Dohodak delimo sa zbirom cena, jer potrošač mora da kupuje oba dobra istovremeno, a to je ekvivalentno kupovini oba dobra u paketu sa cenom p_1+p_2. Mungoitisi moraju da kupuju dve leve i jednu desnu cipelu, pa je tražnja za desnim cipelama jednaka količniku dohotka i zbira cena za sve tri cipele $D=\frac{m}{30}$.

5.11. Izjednačimo GSS sa odnosom cena:

$$-\frac{1}{\frac{1}{y^2}}=-\frac{p_x}{p_y}\Rightarrow y^2=\frac{p_x}{p_y}.$$

U odgovoru pod c) imamo da kada je cena dobra x 4 a cena dobra y 1, potrošač kupuje 2 jedinice dobra y. Zamenimo cene u gornji uslov pa određujemo da je y=2.

5.12. Videti zadatak 5.8.

5.13. $GSS = \frac{p_X}{p_Y} \Rightarrow -1 = \frac{p_X}{p_Y} \Rightarrow p_X = p_Y$.

5.14. Era i Alek ostvaruju maksimum korisnosti kada izjednače GSS sa odnosom cena. Odnos cena je isti za oba potrošača, što implicira da i njihove GSS moraju biti iste.

5.15. $GSS = -\frac{p_X}{p_Y} \Rightarrow 2 \cdot x_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 0{,}5$, $x_2 = 9{,}5$.

5.16. Za funkciju korisnosti $U(x,y) = (x+2)(y+1)$ imamo da je $GSS = -\frac{y+1}{x+2}$. Kada se količine dva dobra udvostruče funkcija korisnosti postaje $U(x,y) = (2 \cdot x + 2)(2 \cdot y + 1)$, a GSS menja vrednost $GSS = -\frac{2 \cdot y + 1}{2 \cdot x + 2}$.

5.17. Videti prethodni zadatak.

5.18. Za Anđu je optimalno da izjednači GSS sa odnosom cena:

$$-\frac{1}{\frac{2}{\sqrt{y}}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = 1.$$

Uočavamo da tražnja za dobrom y ne zavisi od dohotka već samo od odnosa cena. Za dohodak potrošača od 100 budžetska linija je $x + 2 \cdot y = 100$. Ako je tražnja za dobrom y jednaka 1, tada je tražnja za dobrom x=98. Povećanje dohotka sa 100 na 150 ne menja tražnju za dobrom y i ona ostaje na nivou od 1, a tražnja za dobrom x se povećava na 148.

Napomena: Rezultat do koga smo došli u prethodnom razmatranju možemo sažeti u sledećem tvrđenju: Tražena količina dobra za koje funkcija korisnosti raste nelinearno se ne menja sa promenom dohotka.

5.19. Dobra x i y su savršeni supstituti, ali se dobro y nalazi u pakovanju od 2 kilograma, jer funkcija korisnosti raste duplo brže za dobro y. Cena pakovanja od 2 kilograma dobra y je 1/2 , pa je cena jednog kilograma 1/4. Cena jednog kilograma dobra x je 1 i potrošač će se opredeliti za jeftinije dobro, tj. dobro y.

5.20. Videti zadatak 4.2.

6.1. Vasa troši jagode i šlag u proporciji 3 prema 2, pa možemo da napišemo da je $\frac{J}{S}=\frac{3}{2}\Rightarrow 2\cdot J=3\cdot S$, gde je J potrošnja jagoda, a S potrošnja šlaga. Vasa takođe mora da zadovolji budžetsko ograničenje $p_J\cdot J+p_S\cdot S=m$. Zamenom poznatih veličina u poslednjoj jednakosti budžetsko ograničenje postaje $10\cdot J+10\cdot S=200$, odnosno kada poslednju jednačinu podelimo sa 10 dobijamo $J+S=20$. Na početku zadatka smo odredili da mora da važi da je $S=\frac{2}{3}\cdot J$. Zamenom ovog uslova u budžetskom ograničenju dobijamo $J+\frac{2}{3}\cdot J=20\Rightarrow J=12$.

6.2. Potrošač troši korpu (8,16). Zamenom ovih vrednosti u funkciji korisnosti imamo $U=\min\{x+2y,y+2x\}=\min\{8+2\cdot 16,16+2\cdot 8\}=\min\{40,32\}=32$. Kriva indiferentnosti za ovu funkciju se lomi, ali ima dve moguće vrednosti za GSS. Videti sliku 3.3. u zadatku 3.6. Ako potrošač troši korpu (8,16) tada se on nalazi na delu krive indiferentnosti koja je određena pravom $y+2x$, jer funkcija min daje manju vrednost za ovu granu funkciju korisnosti. Uslov koji mora da bude ispunjen je jednakost GSS i odnosa cena:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}}=-\frac{p_x}{p_y}\Rightarrow -\frac{2}{1}=-\frac{p_x}{0,5}\Rightarrow p_x=1.$$

Dohodak potrošača dobijamo množeći količine dobara koje potrošač troši sa cenama $m=p_x\cdot x+p_y\cdot y=1\cdot 8+0,5\cdot 16=16$.

6.3. Ana ima Kob-Daglasovu funkciju korisnosti. Njena tražnja za paradajzom je: $x=\frac{c}{c+d}\cdot\frac{m}{p_x}=\frac{4}{9}\cdot\frac{72}{2}=16$.

6.4. Kada je funkcija korisnosti definisana za kvazilinierane preferencije, tada se količina dobra za koju funkcija korisnosti raste nelinearno ne menja sa promenom dohotka. Ako je dobro 1 na horizontalnoj osi i ako za dobro 1 funkcija korisnosti raste nelinearno, tada se količina dobra 1 ne menja sa promenom dohotka, i dohodno potrošna kriva je vertikalna. Važi i obrnuto ako funkcija korisnosti raste nelinearno za dobro 2, a dobro 2 se nalazi na vertikalnoj osi, tada je dohodno-potrošna kriva horizontalna.

Pretpostavimo da funkcija korisnosti ima oblik $U=\ln x_1+x_2$ i stavimo da je GSS jednaka odnosu cena:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}}=-\frac{p_1}{p_2}\Rightarrow-\frac{1}{x_1}=-\frac{p_1}{p_2}\Rightarrow x_1=\frac{p_2}{p_1}.$$

Iz budžetskog ograničenja dobijamo da je $p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = m$, pa zamenjujući $x_1=\frac{p_2}{p_1}$ dobijamo da je $x_2=\frac{m}{p_2}-1$.

Na ovaj način smo pokazali da ako je funkcija korisnosti $U=\ln x_1 + x_2$ tada je tražnja za dobrom 1 $x_1=\frac{p_2}{p_1}$ a za dobrom 2 $x_2=\frac{m}{p_2}-1$. Funkcija korisnosti raste nelinearno za dobro 1 koje se nalazi na horizontalnoj osi, pa je dohodno potrošna kriva prava linija.

6.5 U slučaju da su Pepsi i Koka-kola savršeni supstituti, potrošač kupuje jeftinije od dva dobra. Hari ima 20 kupona koje može da iskoristi za nabavku Koka-kole po 40 centi, pa će kupiti 20 limenki Koka-kole i nijednu limenku Pepsija.

6.6. Funkcija korisnosti raste nelinearno za dobro y i sa promenom dohotka tražnja za dobrom y se ne menja.

6.7 Kristina se suočava sa ograničenjem da ukupna površina koju zauzimaju ruže i zumbuli bude 600 m^{2}. Svaka ruža zauzima 4 m^2 a svaki zumbul 1 m^{2}, pa možemo da napišemo da je ograničenje sa kojim se Kristina suočava $4 \cdot r + z = 600$, gde je r broj ruža, a z broj zumbula. Kristina maksimizira svoju korisnost kada je GSS jednaka odnosu površina koju zauzimaju ove dve vrste cveća (površine možemo tretirati kao cene). Obeležimo površinu koja je potrebna za jednu ružu sa p_R a površinu koja je potrebna za jedan zumbul sa p_Z, pa imamo:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial r}}{\frac{\partial U}{\partial z}}=-\frac{p_R}{p_Z}\Rightarrow-\frac{1}{50-2\cdot z}=-4\Rightarrow z=24{,}875.$$

Iz gornjeg uslova uočavamo da se optimalni broj zumbula neće promeniti ako se površina bašte poveća, jer njena odluka o gajenju zumbula zavisi samo od odnosa površina potrebnih za gajenje jedne biljke $\frac{p_R}{p_Z}$, a ne i od ukupne površine bašte. Dodatnih 100 m^2 će upotrebiti za gajenje 25 ruža.

6.8 Budžetsko ograničenje za Leposavu je $4 \cdot g + 4 \cdot t = 24$. Izjednačavajući GSS sa odnosom cena dobijamo:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial g}}{\frac{\partial U}{\partial t}} = -\frac{p_g}{p_t} \Rightarrow -\frac{t}{g} = -1 \Rightarrow t = g .$$

Zamenom gornjeg uslova u budžetskom ograničenju imamo $4 \cdot t + 4 \cdot t = 24$. Odavde izračunavamo da je $t = g = 3$.

Posle nekog vremena Leposava je odlučila da promeni svoje ograničenje i da provodi najviše 16 sati nedeljno igrajući tenis ili golf. Za partiju golfa je potrebno 4 sata, a za partiju tenisa 2 sata i novo ograničenje za Leposavu je $4 \cdot g + 2 \cdot t = 16$. Leposava maksimizira korisnost kada je GSS jednaka odnosu broja sati potrebnih za partiju golfa (t_g) i tenisa (t_t):

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial g}}{\frac{\partial U}{\partial t}} = -\frac{t_g}{t_t} \Rightarrow -\frac{t}{g} = -2 \Rightarrow t = 2 \cdot g .$$

Zamenom poslednjeg uslova u budžetskom ograniženju izračunavamo da je $g = 2$ i $t = 4$.

6.9 Kod homotetičkih preferencija dohodna elastičnodt tražnje je jednaka jedinici, odnosno Engelova kriva ima ugao od 45^0. Povećanje dohotka za 50%, dovodi do porasta tražnje za oba dobra za 50% u slučaju homotetičkih preferencija.

6.10 Tražena količina dobra 1 se ne menja sa porastom dohotka. Videti zadatak 6.4

6.11 Iz postavke zadatka imamo da sa porastom dohotka Filip troši manje hamburgera, i sigurno je da hamburgeri nisu normalno dobro. Kod kvazilinearnih preferencija potrošnja dobra za koje funkcija korisnosti raste nelinearno se ne menja sa promenom dohotka. U našem primeru tražnja za hamburgerima opada sa porastom dohotka, pa odgovori c) i d) nisu tačni. Ako tražnja za dobrom opada sa porastom dohotka, tada se radi o inferiornom dobru, ali, kako ćemo kasnije videti, u poglavlju 8, inferiorno dobro ne mora biti Gifenovo dobro i eliminišemo odgovor pod a). Jedino što je tačno je da Filipove preferencije nisu homotetičke, jer za ove preferencije važi da je dohodovna elastičnost tražnje jedan.

6.12 U slučaju porasta cena svinjetine, uz nepromenjeni nominalni dohodak, dolazi do pada realnog dohotka potrošača. Ako sa padom dohotka potrošač kupuje manje jagnjetine, a cena jagnjetine je nepromenjena, tada jagnjetina mora biti normalno dobro. Ovo je samo inverzna formulacija za normalno dobro od one koju smo ranije koristili. Rekli smo da kod normalnog dobra porast dovodi do porasta tražnje za tim dobrom.

Objašnjenje zašto odgovor pod a) ne mora da bude tačan zahteva poznavanje razmatranja iz 8 glave, pa predlažemo čitaocu da se vrati na ovaj zadatak posle 8. glave. Pad tražnje za svinjetinom sa porastom cene možemo da dekomponujemo na efekat supstitucije i dohodovni efekat. Efekat supstitucije je uvek negativan, pa porast cene dovodi do pada tražnje. Ako je svinjetina normalno dobro, dohodovni efekat će delovati u pravcu daljeg smanjenje upotrebe svinjetine, ali moguće je i da je svinjetina inferiorno dobro, pa da dohodovni efekat deluje u pravcu povećanja tražnje za svinjetinom. Ukoliko je efekat supstitucije jači od dohodovnog efekta za inferiorna dobra neto rezultat je negativan, odnosno porast cena dovodi do pada tražnje.

6.13. Videti zadatak 6.6.

Poglavlje 7 Otkrivena preferencija

7.1. Uporedimo prvo korpe A i B. Obeležimo vektor cena kada je izabrana korpa A sa p_A. Ako je korpa A direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu B, tada ona mora biti skuplja od korpe B po vektoru cena p_A, odnosno mora da važi da je $p_A \cdot A' \geq p_A \cdot B'$, gde je p_A vektor cena kada je izabrana korpa A, a A' i B' su kolona vektori čiji su elementi količine dobara u korpi A i B, respektivno. Zamenjujući numeričke vrednosti dobijamo:

$$12 \cdot 7 + 9 \cdot 3 \leq 12 \cdot 10 + 3 \cdot 5 \Rightarrow 111 \leq 135,$$

odnosno $p_A \cdot A' \leq p_A \cdot B'$. Korpa B je skuplja od korpe A po cenama kada je izabrana korpa A, pa zaključujemo da korpa A nije otkriveno preferirana u odnosu na korpu B. Ali ni korpa B nije otkriveno preferirana u odnosu na korpu A. Rezultat do koga smo došli da je korpa B skuplja od korpe A po vektoru cena kada je izabrana korpa A govori samo da korpa B nije dostupna po vektoru cena p_A. Eliminisali smo solucije pod a), b) i d).

Uporedimo korpe A i C.Ako je korpa C direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu A, tada korpa C mora biti skuplja od korpa A po cenama kada je izabrana korpa C, odnosno mora da važi $p_C \cdot C' \geq p_C \cdot A'$. Zamenom poznatih vrednosti dobijamo $2 \cdot 6 + 4 \cdot 6 \leq 2 \cdot 7 + 4 \cdot 9 \Rightarrow 36 \leq 50$. Korpa C nije otkriveno preferirana u odnosu na korpu A, tako da i odgovor pod c) nije tačan.

Jedini tačan odgovor bi bio da je korpa A otkriveno preferirana u odnosu na korpu C jer važi $p_A \cdot A' \geq p_A \cdot C'$.

7.2. Laspersov indeks cena se računa korišćenjem obrasca:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

U zadatku imamo poznate sve veličine $p_1^t = 7$, $p_2^t = 5$, $p_1^b = 5$, $p_2^b = 1$, $x_1^b = 2$ i $x_2^b = 6$. Zamenom ovih veličina u formuli za Lasperesov indeks cena određujemo da je $L_P = 2{,}75$.

7.3. Obeležimo prvu korpu (2,9) sa (x_1, x_2), drugu korpu (6,6) sa (y_1, y_2) i obeležimo cene kada je izabrana prva korpa (4,12) sa (p_1, p_2) i cene kada je izabrana druga korpa (8,4) sa (q_1, q_2). Da bi ponašanje bilo u skladu sa slabim aksiomom otkrivene preferencije mora da važi $p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2$ i ne sma da važi $q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 x_1 + q_2 x_2$. Drugim rečima, ako je korpa

(x_1, x_2) direktno otkriveno prefreirana u odnosu na korpu (y_1, y_2), korpa (y_1, y_2) ne sme biti direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu (x_1, x_2). U našem primeru korpa (x_1, x_2) je otkriveno preferirana u odnosu na korpu (y_1, y_2):

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2$$

$$4 \cdot 2 + 12 \cdot 9 \geq 4 \cdot 6 + 12 \cdot 6$$

$$116 \geq 96 .$$

Sa druge strane, i korpa (y_1, y_2) je direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu (x_1, x_2):

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 x_1 + q_2 x_2$$

$$8 \cdot 6 + 4 \cdot 6 \geq 8 \cdot 2 + 4 \cdot 9$$

$$72 \geq 52 .$$

Korpa (x_1, x_2) je direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu (y_1, y_2), a i korpa (y_1, y_2) je direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu (x_1, x_2), pa zaključujemo da ovo ponašanje nije u skladu sa slabim aksiomom otkrivene preferencije.

7.4. Koristimo iste oznake kao i u prethodnom zadatku i obeležimo korpu (11,5) sa (x_1, x_2), korpu (7,3) sa (y_1, y_2) i obeležimo cene kada je izabrana korpa (x_1, x_2)- (4,20) sa (p_1, p_2) i cene kada je izabrana druga korpa (12,4) sa (q_1, q_2).

Korpa (x_1, x_2) je direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu (y_1, y_2):

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2$$

$$144 \geq 88 .$$

Korpa (y_1, y_2) nije direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu (x_1, x_2):

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 x_1 + q_2 x_2$$

$$96 \leq 152 .$$

Ponašanje je u skladu sa slabim aksiomom otkrivene preferencije i potrošač preferira korpu (x_1, x_2)u odnosu na korpu (y_1, y_2), odnosno preferira (11,5) u odnosu na (7,3).

7.5. Videti zadatak 7.2.

7.6. Obeležimo korpu koju je Karlos kupio u Argentini (6,7) sa A i cene u Argentini (9,3) sa p_A. Korpu kupljenu u Boliviji (9,2) obeležavamo sa B, korpu kupljenu u Kolumbiji (6,5) obeležavamo sa C, a cene u Kolumbiji obeležimo sa p_C.

Proverimo tvrđenje pod a). Ako je korpa kupljena u Argentini direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu kupljenu u Boliviji tada korpa iz Argentine mora biti skuplja po cenama iz Argentine od korpe kupljene u Boliviji po cenama iz Argentine. Dakle, mora biti zadovoljen uslov $p_A \cdot A' \geq p_A \cdot B'$. Zamenom numeričkih vrednosti:

$$9 \cdot 6 + 3 \cdot 7 \leq 9 \cdot 9 + 3 \cdot 2$$

$$75 \leq 87,$$

utvrđujemo da je korpa iz Bolivije skuplja po argentinskim cenama, pa korpa kupljena u Argentini nije direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu kupljenu u Boliviji. Međutim, ni korpa kupljena u Boliviji nije direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu kupljenu u Argentini. Jedino možemo da zaključimo da korpa kupljena u Boliviji nije dostupna po argentinskim cenama.

Uporedimo argentinsku korpu sa kolumbijskom korpom. Argentinska korpa je preferirana u odnosu na kolumbijsku, ako je argentinska korpa skuplja od kolumbijske po cenama u Argentini, odnosno ako važi $p_A \cdot A' \geq p_A \cdot C'$. Zamenom cena i količina u poslednjoj jednakosti utvrđujemo da je argentinska korpa preferirana u odnosu na kolumbijsku:

$$9 \cdot 6 + 3 \cdot 7 \geq 9 \cdot 6 + 3 \cdot 5$$

$$75 \geq 69.$$

Uporedimo kolumbijsku i bolivijsku korpu. Ako je kolumbijska korpa direktno otkriveno preferirana u odnosu na bolivijsku, tada je kolumbijska korpa najmanje isto košta po cenama u Kolumbiji u odnosu na bolivijsku korpu po cenama u Kolumbiji, tj. mora da važi $p_C \cdot C' \geq p_C \cdot B'$:

$$3 \cdot 6 + 3 \cdot 5 \geq 3 \cdot 9 + 3 \cdot 2$$

$$33 \geq 33.$$

Iz gornje relacije imamo da je kolumbijska korpa direktno otkriveno preferirana u odnosu na bolivijsku. Ranije smo utvrdili da je argentinska korpa direktno otkriveno preferirana u odnosu na kolumbijsku, a sada smo zaključili da je kolumbijska korpa direktno otkriveno preferirana u odnosu na Bolivijsku, pa konačno imamo da je argentinska korpa indirektno otkriveno preferirana u odnosu na bolivijsku.

7.7. Videti zadatak 7.3.

7.8. Videti zadatak 7.3.

7.9. Australijska korpa je skuplja od kanadske korpe po cenama iz Australije, iz čega sledi da je australijska korpa direktno otkriveno preferirana u odnosu na kanadsku korpu.

7.10. Pretpostavimo da su cene oba dobra u baznom periodu iste i da iznose $p_1^b = p_2^b = 1$. Kada nema povećanja cena, cene u oba perioda su iste, odnosno tekuće cene takođe iznose $p_1^t = p_2^t = 1$. Laspersov indeks cena ima vrednost 1:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}. = \frac{1 \cdot x_1^b + 1 \cdot x_2^b}{1 \cdot x_1^b + 1 \cdot x_2^b} = 1.$$

Pašeov indeks cena, takođe ima vrednost 1:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} = \frac{1 \cdot x_1^t + 1 \cdot x_2^t}{1 \cdot x_1^t + 1 \cdot x_2^t} = 1.$$

Pri porastu cena za 20%, cene u tekućem periodu imaju vrednost $p_1^t = p_2^t = 1{,}2$. Laspersov indeks cena iznosi:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}. = \frac{1{,}2 \cdot x_1^b + 1{,}2 \cdot x_2^b}{1 \cdot x_1^b + 1 \cdot x_2^b} = 1{,}2 \cdot \frac{x_1^b + x_2^b}{x_1^b + x_2^b} = 1{,}2.$$

Pašeov indeks cena ima istu vrednost 1,2:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} = \frac{1{,}2 \cdot x_1^t + 1{,}2 \cdot x_2^t}{1 \cdot x_1^t + 1 \cdot x_2^t} = 1{,}2 \cdot \frac{x_1^t + x_2^t}{x_1^t + x_2^t} = 1{,}2.$$

7.11. Korpa 1 po cenama iz perioda 1 košta 1600, a korpa 2 po cenama iz perioda 1 košta 1200, pa zaključujemo da je korpa 1 direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 2. Korpa 2 po cenama iz perioda 2 košta 2500, a korpa 3 po cenama iz perioda 2 košta 2000, pa je korpa 2 direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 3. Kako je korpa 1 direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 2 i korpa 2 direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 3 imamo da je korpa 1 indirektno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 3.

Iz postavke zadatka je poznato da ponašanje potrošača nije u skladu sa jakim aksiomom otkrivene preferencije, što znači da korpa 3 mora biti direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 1. Korpa 3 po cenama iz perioda 3 košta 3100, i potrebno je da korpa 1 po cenama iz perioda 3 košta manje od 3100 da bi korpa 3 bila direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 1. Ako je korpa 1 indirektno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 3, a korpa 3 direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu 1, tada dolazi do kršenja jakog aksioma otkrivene preferencije.

7.12. Videti zadatak 7.10.

7.13. Kada Jasna maksimizira korisnost njeno ponašanje mora biti u skladu sa slabim aksiomom otkrivene preferencije. Obeležimo prvobitno izabranu korpu sa x (red vektor tražene količine svakog dobra $x=(x_1,x_2)$), a prvobitni vektor cena sa P_x (red vektor $P_x=(P_{x1},P_{x2})$). Posle promene cena vektor cena je P_y, a izabrana korpa je $y=(y_1,y_2)$ Ako je Jasna u boljem položaju sa korpom y, tada je korpa y direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu x :

$$P_y \cdot y' \geq P_y \cdot x'.$$

U skladu sa slabim aksiomom korpa x ne može biti direktno otkriveno preferirana u odnosu na korpu y. Prema tome ne može da važi:

$$P_x \cdot x' \geq P_x \cdot y'$$

Drugim rečima, korpa y mora biti skuplja po cenama kada je izabrana korpa x od korpe x po cenama kada je izabrana ta korpa.:

$$P_x \cdot x' \leq P_x \cdot y'$$

8.1 Kada je dohodak 1,500 a p=2, tražnja za dobrom x je:

$$x(p,m) = 0{,}02 \cdot 1500 - 2 \cdot 2 = 26.$$

Cena dobra x je porasla sa 2 na 3, odnosno $\Delta p = 1$. Potrošaču je potrebno povećati dohodak za $\Delta m = x\Delta p = 26 \cdot 1 = 26$ da bismo izračunali efekat supstitucije. Za dohodak 1526 i cenu p=3 tražnja za dobrom x je:

$$x(p^{'},m^{'}) = 0{,}02 \cdot 1526 - 2 \cdot 3 = 24{,}52.$$

Efekat supstitucije je:

$$\Delta x_1^S = x(p^{'},m^{'}) - x(p,m) = 24{,}52 - 26 = -1{,}48.$$

Finalnu tražnju potrošača (ono što on stvarno kupuje posle povećanja cena) određujemo za dohodak 1500 i p=3:

$$x(p^{'},m) = 0{,}02 \cdot 1500 - 2 \cdot 3 = 24.$$

Dohodovni efekat je:

$$\Delta x_1^n = x(p^{'},m) - x(p^{'},m^{'}) = 24 - 24{,}52 = -0{,}52.$$

8.2. Kod savršenih supstituta postoji samo efekat supstitucije a ne i dohodovni efekat. U slučaju savršenih supstituta potrošač će se uvek odlučiti za jeftinije dobro. Kada je cena dobra x bila 10 a dobra y 9 potrošač je kupovao 720/9=80 jedinica dobra y i 0 jedinica dobra x. Ako cena dobra x padne na 8, Srećko kupuje 720/8=90 jedinica dobra x i 0 jedinica dobra y.

8.3. U slučaju pada cene banana efekat supstitucije deluje u pravcu porasta tražnje za bananama. Pošto su banane normalno dobro, dohodovni efekat deluje u pravcu daljeg povećanja potrošnje banana. Kompenzirana kriva tražnje (koja uključuje samo efekat supstitucije) je manje strma od obične krive tražnje (uključuje oba efekta).

8.4. Pošto Vlada ostaje na istoj krivi indiferentnosti radi se o Hiksovom efektu supstitucije. Hiksov efekat supstitucije je uvek negativan kao i efekat supstitucije Sluckog. Cena banana je porasla i potrošač će trošiti manje banana. U ovom slučaju podatak da su banane inferiorno dobro je irelevantan, jer je dohodovni efekat eliminisan povećanjem dohotka za Δm. Mogućnost postojanja savršenih komplemenata je isključena uvođenjem pretpostavke o monotonosti. Naime, savršeni komplementi narušavaju aksiom monotonosti.

криве индиф. имају негативан нагиб!

Poglavlje 9 Kupovina i prodaja

9.1. Za Milicu su x i y savršeni supstituti. Pretpostavimo da je cena dobra x 3 a cena dobra y 1 (dobro x je tri puta skuplje) . Ukupan dohodak sa kojim Milica raspolaže je određen njenim prvobitno raspoloživim sredstvima $m = p_x \cdot \omega_x + p_y \cdot \omega_y = 3 \cdot 15 + 1 \cdot 7 = 52$. Kako su x i y savršeni supstituti Milica će ceo dohodak trošiti na jeftinije dobro, odnosno dobro y. Ona će trošiti 52/1=52 jedinice dobra y.

9.2. Pošto je cena dobra x tri puta veća od dobra y, proizvoljno ćemo odrediti da je cena dobra x 3, a dobra y 1. Dohodak potrošača je određen prvobitno raspoloživim sredstvima $m = p_x \cdot \omega_x + p_y \cdot \omega_y = 3 \cdot 20 + 1 \cdot 10 = 70$. Kada smo odredili dohodak možemo da napišemo jednačinu budžetskog ograničenja $3 \cdot x + y = 70$. Druga jednačina zahteva da za potrošnju dobara x i y važi relacija y=2x. Zamenjujući poslednju jednakost u budžetsko ograničenje, dobijamo da je $x = 14$.

9.3. Kao i u prethodnim slučajevima dohodak je određen prvobitno raspoloživim sredstvima $m = p_x \cdot \omega_x + p_y \cdot \omega_y = 3 \cdot 1 + 1 \cdot 6 = 9$. Moca ima Kob-Daglasove preferencije. Potsetimo se da je funkcija tražnje za dobrom y kod Kob-Daglasovih preferencija $y = \frac{c}{c+d} \cdot \frac{m}{p_y}$. Mocina funkcija tražnje tražnja za dobrom y ima oblik $y = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{1} = 6$.

9.4. Koristeći istu logiku kao i u prethodnom zadatku određujemo da je bruto tražnja za dobrom y: $Y = \frac{c}{c+d} \cdot \frac{m}{p_Y} = \frac{1}{4} \cdot \frac{200}{2} = 25$. Neto tražnja za dobrom y predstavlja razliku bruto tražnje i prvobitno raspoložive količine dobra y: $y - \omega_y = 25 - 20 = 5$.

9.5. Neto tražnja za dobrom x je predstavljena izrazom $x - \omega_X$. Bruto tražnja za dobrom x iznosi 15 a neto tražnja je 6. Zamenom u gornjoj jednačini izračunavamo prvobitno raspoloživu količinu dobra x:

$$15 - \omega_X = 6 \Rightarrow \omega_X = 9.$$

9.6. Kada su cene oba dobra 5, Davorinka ima dohodak $m = p_x \cdot \omega_x + p_y \cdot \omega_y = 5 \cdot 11 + 5 \cdot 11 = 110$. Korpa koju ona traži košta $12 \cdot 5 + 10 \cdot 5 = 110$ i ona može da kupi ovu korpu sa svojim dohotkom. Kada se cena oba dobra povećaju na 9, njen dohodak je $m = p_x \cdot \omega_x + p_y \cdot \omega_y = 9 \cdot 11 + 9 \cdot 11 = 198$. Korpa (12,10) košta $12 \cdot 9 + 10 \cdot 9 = 198$ i ponovo je dostupna. Položaj potrošača se nije promenio.

9.7. Videti zadatak 9.3.

9.8. Kao i u šestom poglavlju tražnju za nekim dobrom odredićemo korišćenjem dve jednačine. Prva zahteva jednakost granične stope supstitucije i odnosa cena, a drugo je jednačina budžetskog ograničenja:

$$GSS = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{y}{x+1}.$$

Iz jednakosti GSS i odnosa cena dobijamo da je $y = 2 \cdot (x+1)$:

$$-\frac{y}{x+1} = -2 \Rightarrow y = 2 \cdot (x+1)$$

Dohodak izračunavamo na osnovu prvobitno raspoloživih sredstava: $m = p_x \cdot \omega_x + p_y \cdot \omega_y = 2 \cdot 19 = 38$. Budžetska linija ima oblik $2 \cdot x + y = 38$. Zamenom y iz prethodnog uslova određujemo da je tražnja za mlekom $x = 9$.

9.9. Ristin dohodak je određen njegovim prvobitno raspoloživim sredstvima. U ovom slučaju njegova prvobitno raspoloživa sredstva su 100 časova koji mu stoje na raspolaganju. Ako bi radio svih 100 sati Rista bi imao dohodak $m = 100 \cdot 5 = 500$ €, ali nesrećni Rista je ogorčen na državu koja mu uzima 50% nadnice kao porez. Posle plaćenog poreza Rista ima dohodak od $500 \cdot 0{,}5 = 250$ €. Država Risti isplaćuje i paušalnu subvenciju od 100€, pa je njegov dohodak posle ovih fiskalnih vratolomija $m = 250 + 100 = 350$ €. Rista ima Kob-Daglasovu funkciju korisnosti, pa je njegova tražnja za dokolicom $D_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{\omega}$. Odredilo smo da je Ristin dohodak $m = 350$, a cena dokolice za Ristu je nadnica posle poreza $\omega = 5 \cdot 0{,}5 = 2{,}5$ €, jer ga svaki sat dokolice košta 2,5 € izgubljene nadnice. Unoseći ove podatke u funkciju tražnje za dokolicom izračunavamo da je optimalni iznos dokolice $D_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{350}{2{,}5} = 70$. Rista ima na raspolaganju 100 sati za rad i dokolicu, a kako je izabrao da se odmara 70 sati, on će raditi 30 sati.

9.10. Kao i u prethodnom zadatku dohodak je određen prvobitno raspoloživim sredstvima u iznosu od 70 časova rada. Za prvih 40 sati Ranko je plaćen 5 € po satu i njegov dohodak za ovih 40 sati je $40 \cdot 5 = 200$ €. Narednih 30 sati Ranko je plaćen 10 € po satu i njegov dohodak za ovih 30 sati je $30 \cdot 10 = 300$ €. Njegova prvobitno raspoloživa sredstva (70 časova rada) vrede 500€. Ranko ima Kob-Daglasovu funkciju korisnosti, odakle određujemo da je optimalni iznos potrošnje $D_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{p_c}$. Potrošnja ostalih dobara predstavlja složeno dobro čija je cena $p_C = 1$. Zamenom poznatih veličina u funkciju tražnje za potrošnjom određujemo da je $D_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{500}{1} = 250$. Ranko će trošiti 250€. Da bi obezbedio ovaj iznos potrošnje on će raditi 45 sati. Za prvih 40 sati zaradiće $40 \cdot 5 = 200$ €, a za narednih 5 sati zaradiće $5 \cdot 10 = 50$ €.

9.11. Markova prvobitno raspoloživa sredstva iznose $m = 5 \cdot 110 = 550$ €. Njegova tražnja za dokolicom je $D_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{\omega} = \frac{1}{2} \cdot \frac{550}{5} = 55$. Marko ima na raspolaganju 110 sati, a izabrao je da se odmara 55 sati, tako da je njegova ponuda rada 55 sati.

Vesna je plaćena 4 € za prvih 40 sati i njen dohodak za ovih 40 sati je $40 \cdot 4 = 160$ €. Narednih 70 sati Vesna je plaćena 6 € po satu i njen dohodak za ovih 70 sati iznosi $70 \cdot 6 = 420$ €. Vrednost njenih prvobitno raspoloživih sredstava je $160 + 420 = 580$ €. Optimalni iznos Vesnine potrošnje iznosi $D_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{p_c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{580}{1} = 290$ €. Da bi obezbedila potrošnju u ovom iznosu Vesna će izabrati da radi 61,67 sati. Za prvih 40 sati zaradiće 160€, a za narednih 21,67 sati dobiće $21{,}67 \cdot 6 = 130$ €.

Marko je izabrao da radi 55 sati a Vesna 61,67 sati i stoga je $V - M = 6{,}67 = 6\frac{2}{3}$.

9.12. Prvobitno raspoloživa sredstva iznose $36 \cdot 1 = 36$ €. Mika će izabrati da gleda TV $D_X = \frac{2 \cdot 36}{3} = 24$ sata. Primetimo da je u ovom zadatku cena gledanja TV-a 1 jer ga svaki sat gledanja TV-a košta 1€. Izgubljene zarade.

9.13. $m = 120 \cdot 5 = 600$ €. $D_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{600}{5} = 60$ sati. $L = 120 - 60 = 60$ sati.

9.14. Za prvih 50 sati Marica zarađuje $50 \cdot 10 = 500$ €. Za narednih 50 sati zarađuje isti iznos, ali na dohodak iznad 500 € mora da plati porez od 50%, pa je njen dohodak posle poreza za ovih 50 sati $500 \cdot 0{,}5 = 250$ €. Vrednost prvobitno raspoloživih sredstava je 500+250=750€. Za Maricu je optimalna količina potrošnje $D_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{p_c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{750}{1} = 500$ €. Da bi mogla da ostvari potrošnju u ovom iznosu Marica će izabrati da radi 10 sati i ostvariće zaradu od $50 \cdot 10 = 500$ €.

9.15. Preferencije za dokolicom i potrošnjom drugih dobara koje su predstavljene Kob-Daglasovom funkcijom korisnosti $U = c \cdot r$ su konzistentne sa funkcijom tražnje za dokolicom oblika $D_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{\omega}$. Dohodak potrošača je određen prvobitno raspoloživim sredstvima, a prvobitno raspoloživa sredstva predstavljaju količinu vremena koju potrošač ima na raspolaganju za rad i dokolicu. Obeležimo ovu količinu vremena sa $\overline{R}$. Vrednost inicijalno raspoloživih sredstava je $m = \omega \cdot \overline{R}$. Cena dokolice je nadnica, jer potrošača svaki sat dokolice košta u izgubljenoj nadnici za sat vremena. Zamenom m u funkciji tražnje za dokolicom dobijamo $D_R = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega \cdot \overline{R}}{\omega} = \frac{\overline{R}}{2}$. Tražnja za dokolicom ne zavisi od nadnice u slučaju Kob-Daglasovih preferencija. Bitno je naglasiti da ovaj rezultat važi ukoliko je nadnica ista za svaki sat rada.

14.1. Kada Ela raspolaže sa korpom (25,12) tada je njena korisnost $U = \min\{3\cdot 25{,}12\} = 12$. Korpa koja joj daje isti nivo korisnosti je (4,12) $U = \min\{3\cdot 4{,}12\} = 12$. Troškovi ove korpe su $4\cdot 10 + 12\cdot 5 = 100$. $3x = y$

14.2. Rankova tražnja za cigarama je određena iz jednakosti GSS i odnosa cena. Obeležimo cenu cigara sa p, a x je složeno dobro pa je njegova cena 1. Rankova funkcija tražnje za cigarama je:

$$-\frac{\dfrac{\partial U}{\partial c}}{\dfrac{\partial U}{\partial x}} = \frac{p}{1} \Rightarrow \frac{10-c}{1} = p \Rightarrow \boxed{c = 10 - p}.$$

Kada je cena cigara 1 Ranko kupuje 9 cigara i ima na raspolaganju 191 dinar za potrošnju ostalih dobara. Njegova korisnost je:

$$U(191,9) = 191 + 10\cdot 9 - 0{,}5\cdot 81 = 240{,}5.$$

Kada cena cigara poraste na 2, Ranko kupuje 8 cigara. Ukupni izdaci za cigare su $8\cdot 2 = 16$ i Ranko ima na raspolaganju 184 za potrošnju drugih dobara, tako da je njegova korisnost je $U(184,8) = 184 + 10\cdot 8 - 0{,}5\cdot 64 = 232$. Dakle, povećanje cene dovodi Ranka u lošiji položaj. Ekvivalentna varijacija (E) pokazuje koliki iznos dohotka možemo oduzeti potrošaču tako da njegova korisnost ostane 232 pri ceni cigara od 1:

$$U(191 - E,9) = 191 - E + 10\cdot 9 - 0{,}5\cdot 81 = 232 \Rightarrow E = 8{,}5.$$

14.3. Ako troši ceo dohodak na dobro x, Slavko kupuje 50 jedinica dobra x. Njegova korisnost je $U = 2\cdot 50 = 100$. Dobro x je pakovano u jedinice od dva kilograma i cena jednog kilograma dobra x je 2. Dobra x i y su savršeni supstituti, pa ako je u mogućnosti da kupi dobro y po ceni od 1, Slavko će ceo dohodak trošiti na to dobro, jer je cena jednog kilograma dobra x 2. Slavkova prvobitna korisnost je bila $U = 100$. Kada kupuje 100 jedinca dobra y on postiže isti nivo korisnosti i ostaje mu još 100€. Slavko je spreman da plati 100€ da bi postao član kluba obožavalaca y.

14.4. Dobra x i y su savršeni supstituti, ali je dobro x pakovano u kutije od 2 kilograma, a dobro y u kutije od 5 kilograma. Cena jednog kilograma dobra x je 2, a cena jednog kilograma dobra y je 15/5=3. Potrošač će se opredeliti za dobro x koje je jeftinije i kupiće $\frac{150}{4} = 37{,}5$ jedinica dobra x. Jovanova korisnost će biti $U = 2 \cdot 37{,}5 = 75$. Ako se pridruži klubu potrošača dobra y cena jednog kilograma dobra y će biti 10/5=2 isto kao i cena dobra x. U slučaju da kupi dobro y po ovoj ceni Jovan će kupiti 150/10=15 jedinica dobra y. Njegova korisnost se nije promenila $U = 5 \cdot 15 = 75$. Prema tome, Jovan nije spreman da plati da bi se priključio klubu potrošača dobra y. K B

K B E2

14.5. Isaija je otišao na pecanje ili ga je neko upecao da plati dozvolu- to je pitanje na koje treba da damo odgovor. U slučaju da peca 4 sata dnevno Isaija ne mora da plati dozvolu i imaće na raspolaganju 47€ za picu. Njegova korisnost će biti $U(47,4) = 47 + 4 \cdot 4 = 63$. Ako plati dozvolu po ceni od D, tada će moći da peca 8 sati, ali će imati na raspolaganju 47-D za potrošnju pice. U ovom slučaju njegova korisnost je $U = 47 - D + 4 \cdot 8$. Maksimalni iznos koji je spreman da plati određujemo kada poslednju funkciju korisnosti izjednačimo sa 63, koliko iznosi njegova korisnost u prvom slučaju $47 - D + 4 \cdot 8 = 63 \Rightarrow D = 16$.

16

79-63

47+32 63-15=1

14.6. B predstavlja kompenzirajuću varijaciju. Cene oba dobra su 1 pa potrošač maksimizira korisnost ako je $x = y$=75. Njegova korisnost iznosi $U = \min\{75,75\} = 75$. U drugom gradu cena dobra y je 2 i Antoniju je potrebno 75€ više, da bi mogao da kupi 75 jedinica dobra y i dostigne isti nivo korisnosti (B=75). A predstavlja ekvivalentnu varijaciju. Ponovo mora da važi da je $x=y$. Kada je Antonijev dohodak 150, tada je on u drugom gradu suočen sa budžetskim ograničenjem $x + 2 \cdot y = 150$. Zamenjujući $x = y$ u budžetsko ograničenje dobijamo da je $x = y = 50$. Antonijeva korisnost iznosi $U = \min\{50,50\} = 50$. Ako se nalazi u prvom gradu tada korpa (50,50) košta 100€, odnosno ekvivalentna varijacija je A=50.

150/2

150/3

75+75

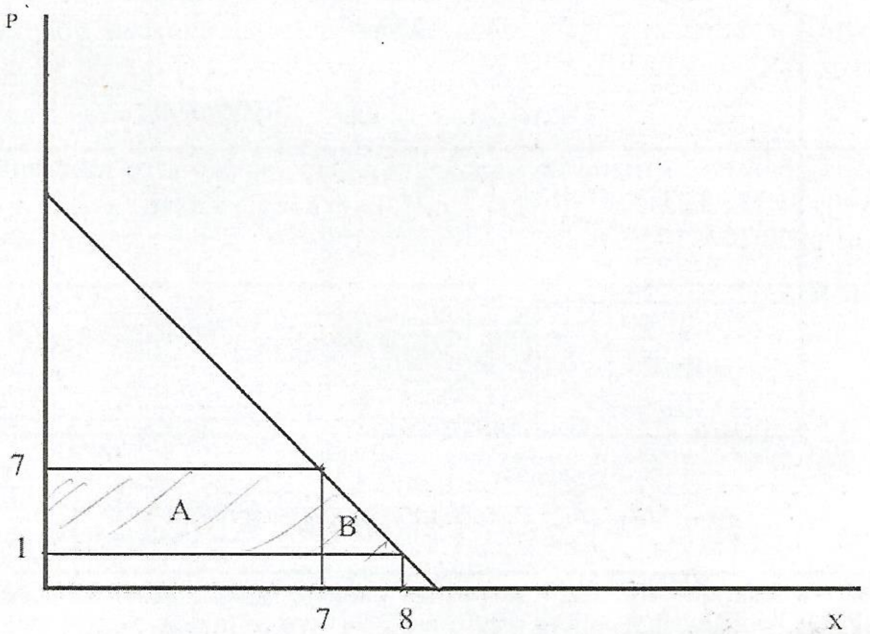
14.7. Korisnost korpe (4;3) je $U = \min\{4 + 2 \cdot 3, 3 \cdot 4 + 3\} = 10$. Korpa koja daje isti nivo korisnosti (10) mora da zadovolji uslov:

$$\begin{cases} x + 2 \cdot y = 10 \\ 3 \cdot x + y = 10 \end{cases}$$

Rešavanjem ovog sistema određujemo da je x=2 i y=4. Ova korpa košta $2 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 28$.

14.8. Funkcija tražnje za čipsom je $6 \cdot x = 49 - p$. Kada je cena $p = 1$ tražnja za čipsom je $x = 8$. U slučaju ako cena poraste na 7 tražnja za čipsom je $x = 7$. Promena potrošačevog viška predstavlja zbir površina A+B (videti sliku 14.1).

Površina A je pravougaonik dimenzija $(7-1)\cdot 7 = 42$. Površina trougla B je $\frac{6\cdot 1}{2} = 3$. Ukupna promena potrošačevog viška je A+B=45.

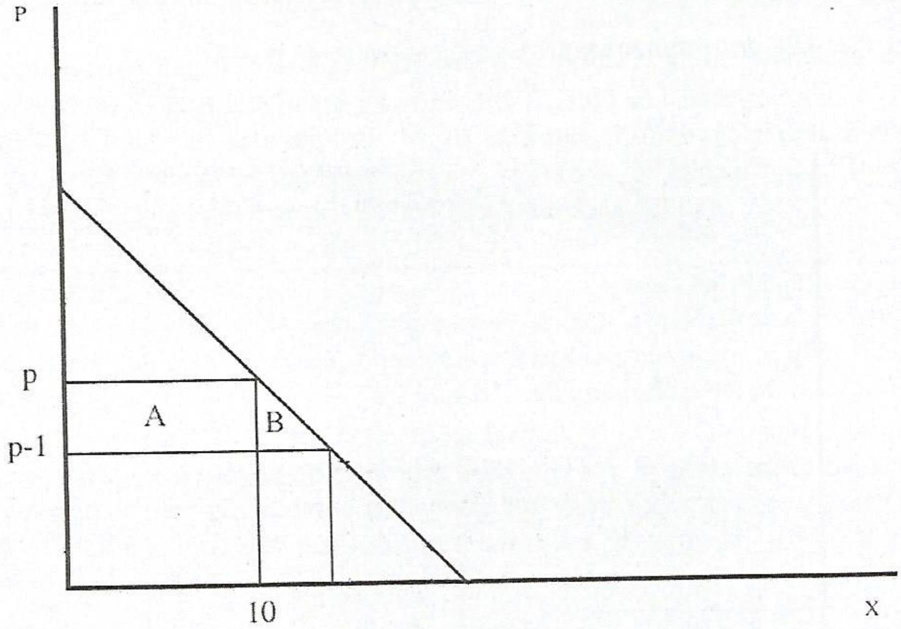


Slika 14.1. Promena potrošačevog viška

14.9. Potrošač dostiže maksimalnu korisnost kada je $x = y$. Budžetsko ograničenje za potrošača kada su cene (2,1) je $2\cdot x + y = 12$. Iz ova dva uslova određujemo da je $x = y = 4$, a potrošačeva korisnost je $U = x = y = 4$. Ako cene porastu na (3,1) potrošaču je potrebno $3\cdot 4 + 4 = 16$€ da bi dostigao nivo korisnosti od $U = 4$. Dakle, potrebno je povećati dohodak potrošača za 4€, da bi on bio u istom položaju kao i pre. Kompenzirajuća varijacija iznosi 4€.

Kada su cene (3,1) budžetsko ograničenje je $3\cdot x + y = 12$, a i dalje je potrebno da bude ispunjen uslov $x = y$. Iz ova dva uslova dobijamo da je $x = y = 3$. Korisnost potrošača je $U = \min\{3,3\} = 3$. Za ovaj nivo korisnosti po cenama (2,1) potrebni izdaci su $2\cdot 3 + 1\cdot 3 = 9$. Ako potrošaču smanjimo dohodak za 3€, tada će on biti u istom položaju kada su cene (2,1) kao i kada ima dohodak od 12 a cene su (3,1). Ekvivalentna varijacija je 3€.

14.10. Ako cena dobra x padne za 1, potrošačev višak se povećava za $A+B$. Pravougaonik A ima površinu A=10, pa ukupno povećanje potrošačevog viška mora biti najmanje 10. Videti sliku 14.2.



Slika 14.2. Povećanje potrošačevog viška

14.11. Maksimum korisnosti se postiže kada je $x = y$. Kada su cene (3,1) budžetska linija ima oblik $3 \cdot x + y = 12$. Rešavanjem ove jednačine određujemo da je $x = y = 3$. Korisnost za potrošača je $U = \min\{3,3\} = 3$. Kada su cene (4,1) potrošaču je potrebno $4 \cdot 3 + 1 \cdot 3 = 15$ € za ovaj nivo korisnosti. Dakle, potrebno je potrošaču povećati dohodak za 3€ da bi bio u istom položaju sa cenama (4,1). Kompenzirajuća varijacija iznosi 3€.

Kada su cene (4,1) budžetska linija ima oblik $4 \cdot x + y = 12$. I u ovom slučaju mora biti zadovoljeno da je $x = y$. Rešavanjem ove dve jednačine dobijamo da je $x = y = 2{,}4$. Korisnost za potrošača je $U = \min\{2.4, 2.4\} = 2.4$. Po cenama (3,1) potrošaču je potrebno $3 \cdot 2{,}4 + 2{,}4 = 9{,}6$ da bi dostigao nivo korisnosti od 2,4. Ako potrošaču oduzmemo 2,4€ on će biti u istom položaju sa dohotkom umanjenim za 2,4 i cenama (3,1) kao i sa dohotkom 12€ i cenama (4,1). Ekvivalentna varijacija je 2,4€.

Poglavlje 15 Tržišna tražnja

15.1. Funkcija elastičnosti tražnje ne zavisi od jedinice mere. Ako se žito meri u pakovanjima od ¼ džaka to neće promeniti vrednost elastičnosti. Ovo tvrđenje možemo da dokažemo na sledeći način. Ako cenu proizvoda pomnožimo sa proizvoljnim skalarom λ, a količinu sa nekim drugim skalarom μ, cenovna elastičnost je: $\varepsilon = -\dfrac{\mu dq/\mu q}{\lambda dp/\lambda p} = -\dfrac{dq/q}{dp/p}$.

15.2. Inverzna kriva tražnje pokazuje funkcionalnu zavisnost cene od količine. Ako je kriva tražnje $q = 250 - 0{,}5 \cdot p$, tada je inverzna kriva tražnje $p = 500 - 2 \cdot q$.

15.3. Elastičnost tražnje se može napisati kao $\varepsilon = -\dfrac{dq}{dp} \cdot \dfrac{p}{q}$. Imamo da je $\dfrac{dq}{dp} = -\dfrac{2}{p}$. Zamenom ovog rezultata dobijamo da je funkcija elastičnosti

$$\varepsilon = -\frac{2}{p} \cdot \frac{p}{(m - 2 \cdot \ln p)} = = -\frac{2}{m - 2\ln p} = \frac{2}{2\ln p - m}. \quad = -1$$

Kada se cena nalazi u intervalu (0,1) apsolutna vrednost elastičnosti tražnje se povećava sa povećanjem p, a za $p > 1$ apsolutna vrednost elastičnosti tražnje se smanjuje sa povećanjem p.

15.4. Ukupan prihod je proizvod cene i količine $R = p \cdot q = (500 - 20 \cdot p) \cdot p = 500 \cdot p - 20 \cdot p^2$. Ukupan prihod dostiže maksimum kada je prvi izvod funkcije ukupnog prihoda jednak nuli $\dfrac{dR}{dp} = 500 - 40 \cdot p = 0 \Rightarrow p = 12{,}5$.

15.5. Cenovna elastičnost tražnje je:

$$\varepsilon = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -\frac{3 \cdot m}{p^2} \cdot \frac{p}{\frac{3 \cdot m}{p}} = -\frac{3 \cdot m}{p^2} \cdot \frac{p^2}{3 \cdot m} = -1.$$

Funkcija tražnje $q = \dfrac{3 \cdot m}{p}$ ima konstantnu elastičnost.

15.6. Nagib inverzne krive tražnje je $-\dfrac{\Delta p}{\Delta q} = -\dfrac{4}{828} = -\dfrac{1}{207}$.

15.7. Za cenu p=23 tražena količina je q=11. Recipročna vrednost elastičnosti tražnje je:

$$\frac{1}{\varepsilon} = -\frac{dp}{dq} \cdot \frac{q}{p} = -7 \cdot \frac{q}{100 - 7 \cdot q} = -7 \cdot \frac{11}{23} = -\frac{77}{23} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{23}{77}.$$

15.8. U zadatku smo pokazali da elastičnost tražnje ne zavisi od jedinice mere, pa možemo da eliminišemo sve odgovore koji nude različite vrednosti elastičnosti tražnje: a), d), e). Elastičnost tražnje za p=10 je: $\varepsilon = -\frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} = -10 \cdot \frac{p}{200 - 10 \cdot p} = -10 \cdot \frac{10}{100} = -1$.

15.9. Kada je cena p=6 tražnja prvog tipa potrošača je $100 \cdot (10 - p) = 100 \cdot 4 = 400$. Po ovoj ceni tražnja drugog tipa potrošača je $200 \cdot (24 - 3 \cdot p) = 200 \cdot 6 = 1200$. Agregatna tražnja je $400 + 1200 = 1600$.

15.10. $\varepsilon = -\frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} = -\frac{6}{14}$.

15.11. Ukupan prihod je $R = p \cdot q = (50.000 - 2 \cdot q) \cdot q = 50.000 \cdot q - 2 \cdot q^2$. Maksimum ukupnog prihoda se ostvaruje kada je prvi izvod funkcije ukupnog prihoda jednak nuli $\frac{dR}{dq} = 50.000 - 4 \cdot q = 0 \Rightarrow q = 12.500$.

15.12. Elastičnost tražnje u diskretnom slučaju je $\varepsilon = -\frac{\Delta q / q}{\Delta p / p}$. Poznate veličine su $p = 50$, $\Delta p = 10$, $q = 100$ i $\varepsilon = -2$. Zamenom ovih veličina u obrazac za elastičnost tražnje određujemo da je $\Delta q = 40$: $-2 = \frac{\Delta q / 100}{10/50} \Rightarrow \Delta q = 40$. Početna količina je bila $q = 100$, a posle porasta cene tražena količina je $q = 60$.

15.13. Agregatna tražnja je $Q = Q_j + Q_e + Q_k = 760 - 19 \cdot P$. Elastičnost agregatne tražnje je -1 za p=20:

$$\varepsilon = -\frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -19 \cdot \frac{p}{760 - 19 \cdot p} = -1 \Rightarrow p = 20.$$

15.14. Ako je dohodna elastičnost tražnje 0,5 tada u slučaju povećanja dohotka za 100% tražnja se povećava za 50% i iznosi $1{,}5 \cdot Q = 780 - 19.5 \cdot P$.

15.15. Koeficijent unakrsne elastičnosti je $\frac{\Delta q_x / q_x}{\Delta p_y / p_y} = \frac{-5}{10} < 0$. Dobra su nesavršeni komplementi, jer sa rastom cene dobra y opada tražnja za dobrom x.

15.16. Linearna funkcija tražnje ima opšti oblik $q = a - b \cdot p$, a ukupan prihod je $R = a \cdot p - b \cdot p^2$. Maksimum prihoda se postiže kada je $\frac{dR}{dp} = a - 2 \cdot b \cdot p = 0 \Rightarrow p = \frac{a}{2b}$. Kada se tražnja udvostruči funkcija tražnje postaje $2q = 2a - 2b \cdot p$, a prihod je $R = 2 \cdot a \cdot p - 2 \cdot b \cdot p^2$. Cena koja maksimizira ukupan prihod je nepromenjena

$$\frac{dR}{dp} = 2 \cdot a - 4 \cdot b \cdot p = 0 \Rightarrow p = \frac{a}{2b}.$$

15.17. Inverzna funkcija ponude prikazuje funkcionalnu zavisnost cene od ponuđene količine. Imamo da je:

$$2 \ln p = \ln q - \ln 20$$

$$2 \ln p = \ln \frac{q}{20}$$

$$p^2 = \frac{q}{20} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{q}{20}}.$$

15.18. Kada je cena manja od 4 agregatna tražnja je 0, a ako se cena nalazi u intervalu od 4 do 5, agregatna tražnja je $20\text{-}5 \cdot p$. Dalje povećanje cene dovodi do daljeg povećanja agregatne tražnje na $35 - 8 \cdot p$. Uočavamo da se funkcija agregatne tražnje lomi na nivou cene od 4.

15.19. U zadatku se pretpostavlja da postoji mnogo dilera marihuane, pa je tržište konkurentsko i cena je parametarska veličina. Profitna funkcija za dilera marihuana je $\Pi = p \cdot q - c(q)$, gde je p ulična cena, q obim prodaje, a $c(q)$ troškovna funkcija. Maksimum profita se ostvaruje kada je prvi izvod funkcije ukupnog profita jednak nuli:

$$\frac{d\Pi}{dq} = p - \frac{dc(q)}{dq} = 0 \Rightarrow p = GTR(q)$$

Da bi profit bio maksimalan potrebno je da izjednačimo cenu i granični trošak. ✓ Cenu dobijamo iz inverzne funkcije tražnje $p = 1000 - q$. Kada ne bi postojala intrervencija policije na tržištu marihuane, tada bi granični trošak bio 50\$ (cena nabavke), i prodata količina bi bila $1000 - q = 50 \Rightarrow q = 950$. Dileru koga policija uhvati se oduzima roba. Verovatnoća da policija uhvati dilera je 0,5, pa se njegovi granični troškovi povećavaju na 100, jer on gubi bespovratno iznos od 50\$ koji je platio za nabavku marihuane iz Kolumbije (nabavka jedne jedinice ga košta 50\$ + 50\$ za jedinicu koju je zaplenila policija). Iz uslova jednakosti cene i graničnog troška imamo da je tražena količina $1000 - q = 100 \Rightarrow q = 900$.

15.20. Koeficijent unakrsne elastičnosti je $\frac{\Delta q_x / q_x}{\Delta p_y / p_y} = \frac{10}{20} > 0$. Dobra su nesavršni supstituti, jer sa rastom cene dobra y raste tražnja za dobrom x.

15.21. Na osnovu izvođenja iz tačke 15.11. u knjizi imamo da je ponderisani prosek dohodne elastičnosti tražnje jednak jedinici:

$$s_1 \frac{\Delta x_1 / x_1}{\Delta m / m} + s_2 \frac{\Delta x_2 / x_2}{\Delta m / m} = 1, \checkmark$$

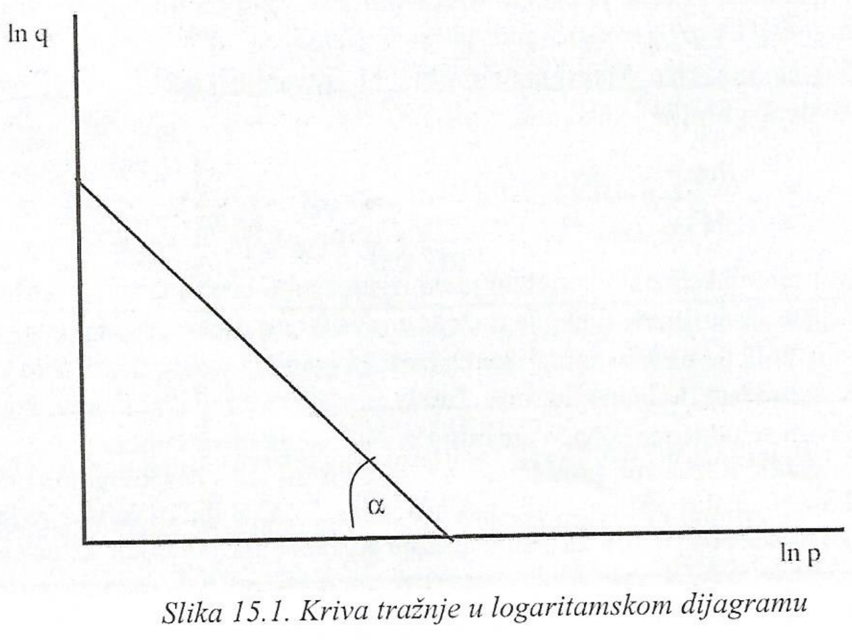
gde je s_i udeo dobra i, i=1,2 u ukupnoj potrošnji. Iz postavke zadatka je poznato da je $s_1 = 0.2$, $\frac{\Delta x_1 / x_1}{\Delta m / m} = 2$, $s_2 = 0.8$. Potrebno je da odredimo $\frac{\Delta x_2 / x_2}{\Delta m / m}$:

$$0.2 \cdot 2 + 0.8 \cdot \frac{\Delta x_2 / x_2}{\Delta m / m} = 1$$

$$0.8 \cdot \frac{\Delta x_2 / x_2}{\Delta m / m} = 0.6$$

$$\frac{\Delta x_2 / x_2}{\Delta m / m} = 3/4 .$$

15.22. Kriva tražnje u logaritamskom dijagramu je prikazana na sledećoj slici:



Slika 15.1. Kriva tražnje u logaritamskom dijagramu

Linearna kriva tražnje u logaritamskom dijagramu ima oblik $\ln q = a - \ln p$.

Nagib krive tražnje je prvi izvod $\dfrac{d\ln q}{d\ln p} = \dfrac{\frac{1}{q}\cdot dq}{\frac{1}{p}\cdot dp} = \dfrac{dq}{dp}\cdot\dfrac{p}{q} = \varepsilon$.

15.23. Pretpostavimo da je kriva tražnje $q = \dfrac{1}{p}$. Ova kriva tražnje ima konstantnu elastičnost ε = -1. Po ceni $p = 1$ tražena količina je $q = 1$. Kada se cene poveća na 1,1, tražnja je q = 0,909 i tražena količina se smanjuje za 0,09. Za cene p=2 i p=2,1 tražene količine su q=0,5 i q=0,47. Smanjenje količine u ovom slučaju je 0,03.

15.24. Elastičnost tražnje za krompirom je $\varepsilon = -10\cdot\dfrac{p}{1000 - 10\cdot p}$. Za cenu p=10 apsolutna vrednost elastičnosti tražnje je $\varepsilon = \left|-10\cdot\dfrac{10}{900}\right| = \dfrac{1}{9}$, a za cenu p=20 $\varepsilon = \left|-10\cdot\dfrac{20}{800}\right| = \dfrac{1}{4}$.

16.1 U prvom koraku ćemo izjednačiti funkcije ponude i tražnje za salamurom i u njihovom preseku određujemo ravnotežnu količinu:

$$300 + q = 780 - 7 \cdot q \Rightarrow q = 60.$$

Ravnotežnu cenu izračunavamo kada ravnotežnu količinu stavimo u bilo koju funkciju (bilo funkciju ponude bilo funkciju tražnje).

16.2. Izjednačavanjem funkcije ponude i tražnje $200 - 5 \cdot p = 60 + 2 \cdot p$ dobijamo da je $p = 20$.

16.3. Pre uvođenja poreza ravnotežna količina se dobija u preseku funkcija ponude i tražnje $240 - 3 \cdot q = 28 + q \Rightarrow q = 53$.

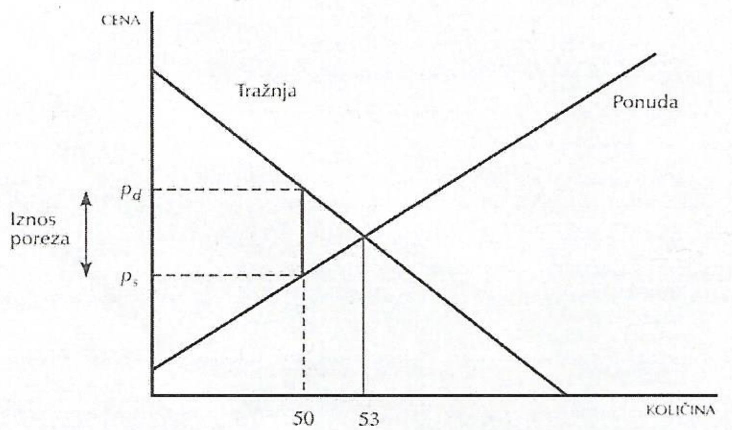
Pretpostavimo da je cena benzina 1 € za litar, i da je količinski porez 0.1 € po litru. Cena koju plaćaju potrošači iznosi $p_D = 1$€. Država od ove cene uzima 0.1 € i cena koju dobijaju proizvođači iznosi $p_S = 0{,}9$€ . Između cene koju plaćaju potrošači i cene koju dobijaju proizvođači možemo da uspostavimo relaciju $P_D = P_S + t$.

Koristeći poslednju relaciju i poznate funkcije za tražnju i ponudu dobijamo:

$$P_D = P_S + t.$$

$$240 - 3 \cdot q = 28 + q + 12 \Rightarrow q = 50.$$

Posle uvođenja poreza ravnotežna količina se smanjuje na 50.



Uvođenej poreza smanjuje količinu. Cena koju plaćaju potrošači je viša od cene koju plaćaju proizvođači kada je količina 50.

Slika 16.1. *Uticaj poreza na ravnotežnu količinu i cenu*

16.4. Videti prethodni zadatak.

16.5. Izjednačavanjem ponude i tražnje određujemo ravnotežnu količinu pre uvođenja poreza $300-5\cdot q=6+2\cdot q \Rightarrow q=42$. Zamenjujući ravnotežnu količinu u bilo koju funkciju izračunavamo ravnotežnu cenu $p=90$.

Kada se uvede porez pojavljuje se razlika između cene koju plaćaju potrošači i cene koju dobijaju proizvođači $P_D=P_S+t$:

$$300-5\cdot q=6+2\cdot q+14 \Rightarrow q=40.$$

Uvođenje poreza smanjuje količinu na 40. Na grafiku 16.1. se vidi da kada se uvede porez cena koju plaćaju potrošači je viša od cene koju dobijaju proizvođači. Da bismo odredili iznos cene koju plaćaju potrošači potrebno je da ravnotežnu količinu sa porezom (q=40) zamenimo u funkciju tražnje (ne u funkciju ponude): $p_D=300-5\cdot 40=100$. Cena se povećava za 10.

16.6. Pre uvođenja poreza ravnotežna količina je $q=79$. Zamenom ravnotežne količine u bilo koju funkciju određujemo ravnotežnu cenu $p=82$. Ravnotežna količina sa porezom iznosi:

$$P_D=P_S+t.$$

$$240-2\cdot q=3+q+4 \Rightarrow q=\frac{233}{3}.$$

Cena koju plaćaju potrošači se određuje zamenom ravnotežne količine sa porezom (q=233/3) u funkciju tražnje $p_D=240-2\cdot\frac{233}{3}=84{,}67$. Cenu koju dobijaju proizvođači izračunavamo zamenom q=233/3 u funkciju ponude $p_S=3+\frac{233}{3}=80{,}67$. Cena koju plaćaju potrošači se povećava za $84{,}67-82=2{,}67$ (više od 2), a cena koju dobijaju proizvođači opada za $82-80{,}67=1{,}33$ (za manje od 2).

16.7. Po ceni od 30 tražnja je veća od ponude (300>210). Da bi se uskladila ponuda i tražnja kralj plaća subvenciju u iznosu od s po jedinici. Kada se uvede subvencija cena koju dobijaju proizvođači iznosi $p+s$, pa funkcija tražnje postaje $120+3\cdot(p+s)$. Da bismo odredili potreban iznos subvencije izjednačićemo ponudu sa tražnjom:

$$120+3\cdot(p+s)=480-6\cdot p.$$

Pošto je cena hleba određena na 30, zamenjujemo $p = 30$ u poslednju jednačinu:

$$120 + 3 \cdot (30 + s) = 480 - 6 \cdot 30 \Rightarrow s = 30.$$

16.8. Po ceni od 86€ tražnja iznosi 170 jedinica, a ponuda je 378 jedinica. Po ovoj ceni višak ponude iznosi $378 - 170 = 208$ jedinica.

16.9. Videti prethodni zadatak.

16.10. Pre udvostručenja tražnje ravnotežna cena se određuje iz jednačine:

$$30 - 9 \cdot p = 6 \cdot p \Rightarrow p = 2.$$

Ravnotežna količina je 12.

Kada se količina udvostruči funkcija tražnje je $2 \cdot q = 60 - 18 \cdot p$ i njenim izjednačavanjem sa ponudom $q = 6 \cdot p$ određujemo ravnotežnu cenu $p = 2{,}5$. Ravnotežna količina je 15. Cena i količina su se povećale, ali nije došlo do njihovog udvostručenja.

16.11. Pošto svaki potrošač mora da plati kao porez jedan kokos za svaki kokos koji kupi određujemo da je cena koju plaćaju potrošači dva puta veća od cene koju dobijaju proizvođači ($P_D = 2 \cdot P_S$), jer potrošači kupuju dva kokosa i jedan daju kralju a jedan zadržavaju za sebe. Kralj je nekada jeo kokose ali su mu oni dosadili. Dugo je pokušavao da sakrije u sebi svoju zasićenost kokosima, ali jednog dana jadni kralj nije više mogao da izdrži, pa skoči sa svog prestola, lupi šakom o sto i reče: „ Mrzim kokos!“. Kralj je odlučio da kokose koje dobija od poreza ponudi na tržištu. Sada se javljaju dva izvora ponude-jedan su proizvođači kokosa koji imaju funkciju ponude $q = 100 \cdot p_S$, a drugi deo ponude predstavlja kralj. Funkcija tražnje za kokosima je $q = 1200 - 100 \cdot p_D$, gde je q količina koju kupuju stanovnici ostrva. Da bismo odredili ravnotežnu cenu izjednačavamo tražnju sa ponudom:

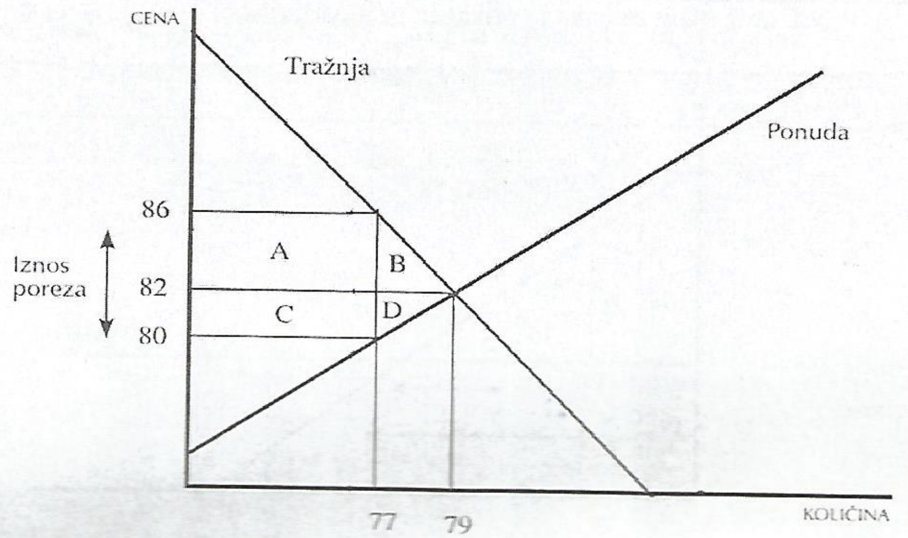
$$1200 - 100 \cdot p_D = 100 \cdot p_S.$$

Zamenjujemo $p_D = 2 \cdot p_S$ u gornjoj jednačini:

$$1200 - 200 \cdot p_S = 100 \cdot p_S.$$

Rešavanjem ove jednačine dobijamo da je $p_S = 4$, a zatim za ovu cenu određujemo da je ravnotežna količina $q = 400$ (zamenom u funkciji ponude).

16.12. Promena potrošačevog i proizvođačevog viška je prikazana na sledećoj slici:



Slika 16.2 Promena potrošačevog i proizvođačevog viška

U prvom koraku određujemo ravnotežnu količinu kada nije prisutan porez iz jednačine $240-2\cdot q=3+q$, odakle dobijamo da je $q=79$. Ravnotežna cene je $p=82$. Kada se uvede porez ravnotežna količina je određena izrazom:

$$P_D = P_S + t.$$

$$240-2\cdot q=3+q+6 \Rightarrow q=77.$$

Zamenom q=77 u funkciji tražnje dobijamo da je $p_D=240-2\cdot 77=86$. Za istu vrednost q cena koju dobijaju proizvođači (dobijena zamenom q=77 u funkciji ponude) iznosi $p_S=3+77=80$.

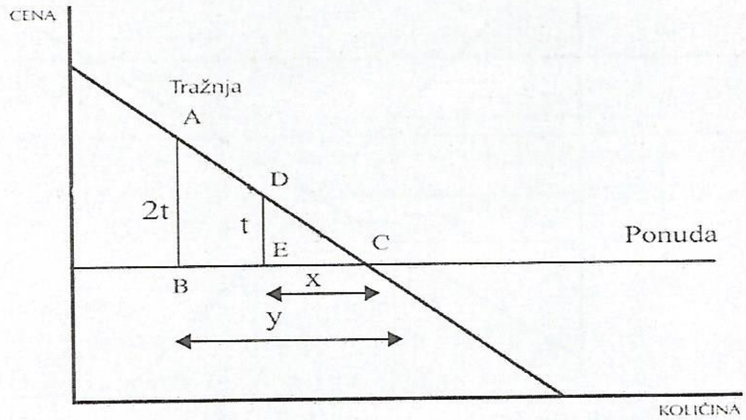
Promena potrošačevog viška je zbir površina A i B. Površina A iznosi $A=4\cdot 77=308$, a površina B iznosi $B=\dfrac{4\cdot 2}{2}=4$. Smanjenje potrošačevog viška iznosi $A+B=312$.

Smanjenje proizvođačevog viška predstavlja zbir površina C i D. Površina pravougaonika C je $C=2\cdot 77=154$, a trougla D je $D=\dfrac{2\cdot 2}{2}=1$. Smanjenje proizvođačevog viška je $C+D=155$.

Potrošačev višak se smanjio više nego proizvođačev višak.

16.13. Po ceni od 150 postoji višak ponude od 75. Državu otkup viška ponude košta $75 \cdot 150 = 11250$.

16.14. Problem iz ovog zadatka je prikazan na sledećoj slici:



Slika 16.3. Horizontalna kriva ponude i porez

Trouglovi ABC i CDE su proporcionalni. Sve stranice ova dva trougla se nalaze u istoj proprorciji. Obeležimo stranicu manjeg trougla EC sa x, a stranicu većeg trougla BC sa y. Kako su trouglovi proporcionalni možemo da napišemo da je odnos stranice AB prema stranici DE jednak odnosu stranice y prema stranici x:

$$\frac{2 \cdot t}{t} = \frac{y}{x}$$

$$y = 2 \cdot x .$$

Kada je porez t, gubitak blagostanja (gubitak potrošačevog viška) iznosi $\frac{t \cdot x}{2}$ (površina trougla CDE). Kada se porez poveća na $2 \cdot t$, društveno blagostanje se dodatno smanjuje za iznos $\frac{2 \cdot t \cdot y}{2} = \frac{2 \cdot t \cdot 2 \cdot x}{2} = 2 \cdot t \cdot x$.

Kako je prvobitni gubitak blagostanja bio $\frac{t \cdot x}{2}$, dodatni gubitak je $2 \cdot t \cdot x - 0{,}5 \cdot t \cdot x = 1{,}5 \cdot t \cdot x$. Povećanje poreza sa t na $2t$ je povećalo gubitak blagostanja za $\frac{1{,}5 \cdot t \cdot x}{0{,}5 \cdot t \cdot x} = 3$ puta.

16.15. Kada nema poreza ravnotežna količina je $q = 79$, a ravnotežna cena je $p = 82$. Kada se uvede porez ravnotežna količina se smanjuje na $q = 78$, cena koju plaćaju potrošači je $p_D = 240 - 2 \cdot 78 = 84$, a cena koju dobijaju proizvođači je $p_S = 3 + 78 = 81$. Cena koju plaćaju potrošači raste za $84 - 82 = 2$, a cena koju dobijaju proizvođači pada za $82 - 81 = 1$.

18.1. Množenjem svakog inputa sa konstantom t:

$$\min\{2\cdot t\cdot x+t\cdot y, t\cdot x+2\cdot t\cdot y\}=t\cdot\min\{2\cdot x+y, x+2\cdot y\},$$

utvrđujemo postojanje konstantnih prinosa na obim.
Pokažimo na jednom primeru da izvlačenje konstante t ne utiče na vrednost funkcije minimuma. Ako je funkcija definisana kao $f=\min\{x,y\}$ za vrednosti x=3 i y =4 vrednost funkcije je $f=3$. Ukoliko oba inputa pomnožimo sa 2, vrednost funkcije je $f=\min\{2\cdot 3, 2\cdot 4\}$=6. Izvlačenjem konstante 2 dobijamo istu vrednost funkcije $f=2\cdot\min\{3,4\}=6$.

18.2 Primenjujemo isti postupak kao i u prethodnom zadatku:

$$f(t\cdot x, t\cdot y)=t\cdot x+\min\{t\cdot x, t\cdot y\}=t\cdot[x+\min\{x,y\}]$$

18.3. U slučaju funkcije sa dva inputa, kriva graničnog troška je prava linija ukoliko postoje konstantni prinosi na obim. Da bismo utvrdili stepen ekonomije obima, potrebno je da pomnožimo svaki input proizvoljnom konstantom i utvrdimo u kom iznosu će se promeniti obim proizvodnje. Ako oba inputa povećamo dva puta, a obim proizvodnje se poveća tri puta, tada postoje rastući prinosi na obim jer se autput povećava u većoj meri nego što se povećavaju inputi. Ako inpute povećamo dva puta, a autput se poveća za 1,5 puta, tada postoje opadajući prinosi. Konačno, ako inpute povećamo za dva puta, a autput se poveća za dva puta, tada postoje konstantni prinosi na obim.

Da bismo utvrdili postojanje ekonomije obima prvo ćemo pomnožiti količine oba inputa sa konstantom t. Za prvu proizvodnu funkciju dobijamo:

$$(tK)^{1/2}\cdot(tL)^{2/3}=t^{1/2+2/3}[K^{1/2}\cdot L^{2/3}]=t^{7/6}[K^{1/2}\cdot L^{2/3}].$$

Za prvu proizvodnu funkciju, kada se inputi povećaju za t puta, proizvodnja se povećava za $t^{7/6}$ puta, dakle za više od t puta. U ovom slučaju postoje rastući prinosi.

Za drugu proizvodnu funkciju primenimo isti postupak:

$$3\cdot(tK)^{1/2}\cdot(tL)^{1/2}=t\cdot[3\cdot K^{1/2}\cdot L^{1/2}].$$

Povećanje inputa za t puta dovodi do povećanja autputa za t puta i postoje konstantni prinosi.

U trećem slučaju:

$$(tK)^{1/2}+(tL)^{1/2}=t^{1/2}\cdot[K^{1/2}+L^{1/2}]$$

postoje opadajući prinosi.

Za četvrtu proizvodnu funkciju :

$$2 \cdot t \cdot K + 3 \cdot t \cdot L = t \cdot [2 \cdot K + 3 \cdot L]$$

postoje konstantni prinosi.

18.4. Stopa tehničke supstitucije je definisana na sledeći način:

$$STS(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{GP_1(x_1, x_2)}{GP_2(x_1, x_2)},$$

gde je GP_1 granični proizvod faktora 1, a GP_2 granični proizvod faktora 2. Granični proizvod faktora je definisan kao parcijalni izvod proizvodne funkcije po tom faktoru. Za proizvodnu funkciju $f(x, y) = 10 \cdot x^{1/2} \cdot y^{3/4}$, odredićemo granične proizvode za dva faktora:

$$GP_X = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-1/2} \cdot y^{3/4} \quad ?$$

$$GP_Y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 7{,}5 \cdot x^{1/2} \cdot y^{-1/4}.$$

Stopa tehničke supstitucije u tački (20,40) je:

$$STS = -\frac{2{,}5 \cdot x^{-1/2} \cdot y^{3/4}}{7{,}5 \cdot x^{1/2} \cdot y^{-1/4}} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{y}{x} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{40}{20} = -\frac{2}{3}.$$

18.5. Proizvodna funkcija definisana za savršene komplemente ima izokvante u obliku latiničnog slova L. Ukoliko spojimo dve tačke na izokvanti i izaberemo bilo koju tačku na duži koja spaja ove dve tačke dobićemo veći nivo proizvodnje. Videti tačku 18.4. u knjizi

---

18.6. $f(tx, ty) = t \cdot x \cdot t \cdot y = t^2 x \cdot y$.

18.7. Pođimo od jednog primera. Neka proizvodna funkcija ima oblik $f(x, y) = x^{0,8} \cdot y^{0,9}$.

Granični proizvodi za faktor x je:

$$GP_X = \frac{\partial U}{\partial x} = 0{,}8 \cdot x^{-0,2} \cdot y^{0,9} = 0{,}8 \cdot \frac{y^{0,9}}{x^{0,2}}.$$

Granični proizvod faktora x opada kako povećavamo količinu faktora x.

Na isti način određujemo granični proizvod faktora y:

$$GP_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = 0{,}9 \cdot x^{0,8} \cdot y^{-0,1} = 0{,}9 \cdot \frac{x^{0,8}}{y^{0,1}}.$$

Granični proizvod faktora y takođe opada sa povećanjem količine faktora y.

Iako postoje opadajući granični proizvodi za oba faktora, postoje rastući prinosi na obim:

$$f(t \cdot x, t \cdot y) = (t \cdot x)^{0,8} \cdot (t \cdot y)^{0,9} = t^{1,7}\left[x^{0,8} \cdot y^{0,9}\right].$$

Na sličan način je moguće pokazati da mogu da postoje konstantni ili opadajući prinosi na obim, ako postoje opadajući granični proizvodi svakog faktora.

18.8. $f(t \cdot x, t \cdot y) = (t \cdot x)^{2/3} + (t \cdot y)^{2/3} = t^{2/3} \cdot \left[x^{2/3} + y^{2/3}\right] = t^{2/3} \cdot f(x, y)$.

18.9. $f(t \cdot x, t \cdot y) = t \cdot x + t \cdot y = t \cdot [x + y] = t \cdot f(x, y)$

18.10. Razmotrimo Kob-Daglasovu proizvodnu funkciju oblika $q = \gamma \cdot x^{\alpha} \cdot y^{\beta}$. Stopa tehničke supstitucije je:

$$STS = -\frac{\frac{\partial q}{\partial x}}{\frac{\partial q}{\partial y}} = -\frac{\gamma \cdot \alpha \cdot x^{\alpha-1} \cdot y^{\beta}}{\gamma \cdot \beta \cdot x^{\alpha} \cdot y^{\beta-1}} = -\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{y}{x}.$$

Dakle, stopa tehničke supstitucije zavisi samo od odnosa y/x. Ako se upotreba oba faktora poveća u istoj proporciji stopa tehničke supstitucije se ne menja. Odavde vidimo da stopa tehničke supstitucije zavisi od odnosa eksponenata i relativnog odnosa dva faktora, a ne i od njihovog apsolutnog nivoa.

Poglavlje 19 Maksimiziranje profita

19.1. Uslov za maksimum profita u kratkom roku je da je vrednost graničnog proizvoda faktora jednaka ceni. Granični proizvod faktora x iznosi:

$$GP_X = \frac{\partial q}{\partial x} = 400 - 4x .$$

Vrednost graničnog proizvoda se dobija kada se granični proizvod pomnoži sa cenom autputa:

$$VGP_X = 20 \cdot GP_X = 800 - 8x .$$

Konačno, primenjujemo uslov da je vrednost graničnog proizvoda jednaka ceni faktora:

$$800 - 8X = 40 \Rightarrow X = 95 .$$

19.2. U ovom primeru je potrebno da primenimo slabi aksiom maksimiziranja profita koji glasi $\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0$. U zadatku je poznato da je $\Delta p = 2$, $\Delta x_1 = 3$, $\Delta \omega_1 = 2$. Cene i količine svih ostalih inputa su nepromenjene pa je $\Delta x_2 = \Delta \omega_2 = 0$.
Zamenjujući poznate veličine u gornju nejednačinu, dobijamo:

$$2 \cdot \Delta y - 2 \cdot 3 \geq 0$$

$$\Delta y \geq 3 .$$

Autput mora da poraste za najmanje 3 jedinice.

19.3. Ponovo nam je potreban slabi aksiom maksimiziranja profita koji glasi:

$$p^t \cdot y^t - w_1^t \cdot x_1^t - w_2^t \cdot x_2^t \geq p^t \cdot y^s - w_1^t \cdot x_1^s - w_2^t \cdot x_2^s \quad \text{i}$$

$$p^s \cdot y^s - w_1^s \cdot x_1^s - w_2^s \cdot x_2^s \geq p^s \cdot y^t - w_1^s \cdot x_1^t - w_2^s \cdot x_2^t .$$

Uzimajući da je $w_1^t = 3$, $p^t = 3$, $x_1^t = 6$, $y^t = 18$, $w_1^s = 7$, $p^s = 4$, $x_1^s = 5$, $y^s = 20$, određujemo da ponašanje nije u skladu sa slabim aksiomom maksimiziranja profita.

19.4. U ovom zadatku primenjujemo uslov da je vrednost graničnog proizvoda jednaka ceni. Granični proizvod faktora x je:

$$GP_X = \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{2}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Vrednost graničnog proizvoda faktora je:

$$VGP_X = p \cdot GP_X = \frac{p}{\sqrt{x}}.$$

Na kraju, primenjujemo uslov da je vrednost graničnog proizvoda jednaka ceni faktora:

$$\frac{p}{\sqrt{x}} = \omega.$$

Iz poslednje jednakosti određujemo optimalnu količinu faktora x:

$$\sqrt{x} = \frac{p}{\omega} \Rightarrow x = \frac{p^2}{\omega^2}.$$

19.5. Granični proizvod faktora A iznosi:

$$GP_A = \frac{\partial F(a,b)}{\partial a} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{a}}.$$

Kada je cena autputa 5, vrednost graničnog proizvoda je:

$$VGP_A = 5 \cdot GP_A = \frac{5}{2 \cdot \sqrt{a}}.$$

Primenom uslova za maksimum profita dobijamo:

$$\frac{5}{2 \cdot \sqrt{a}} = 1$$

$$\sqrt{a} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \frac{25}{4}.$$

U slučaju porasta cena autputa na 6, vrednost graničnog proizvoda je $VGP_A = \frac{6}{2 \cdot \sqrt{a}}$, i uslov za maksimum profita glasi:

$$\frac{6}{2\cdot\sqrt{a}}=1$$

$$\sqrt{a}=\frac{6}{2}\Rightarrow a=\frac{36}{4}.$$

Upotreba faktora A je porasla za $\frac{36}{4}-\frac{25}{4}=\frac{11}{4}$.

Poglavlje 20 Minimiziranje troškova

20.1. Proizvodna funkcija ima oblik $f(s,o,u)=\min\{s,k+u\}$. Iz ove proizvodne funkcije uočavamo da su obično ulje i ulje od kikirikija savršeni supstituti, pa će se Đorđe odlučiti za jeftiniji faktor, a to je obično ulje koje košta 10. Dalje primećujemo da su šećer i jeftinije od dve vrste ulja savršeni komplementi. Za proizvodnju 220 jedinica slatkiša potrebno je 220 kilograma šećera i 220 litara običnog ulja (koje je jeftinije). Troškovi proizvodnje iznose $220\cdot(\omega_S+\omega_U)$, gde je ω_S cena šećera, a ω_U cena običnog ulja. Zamenom cena dva faktora izračunavamo da su troškovi $220\cdot(10+10)=440$. U opštem obliku troškovna funkcija za ovu proizvodnu funkciju ima oblik $(\omega_S+\min\{\omega_K,\omega_U\})\cdot y$.

20.2. Stopa tehničke supstitucije je definisana kao odnos graničnih proizvoda dva faktora, a granični proizvod predstavlja prvi izvod proizvodne funkcije. Za proizvodnu funkciju $q=11\cdot x^{1/2}\cdot y^{1/2}$ stopa tehničke supstitucije je:

$$STS=-\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}}=-\frac{\frac{11}{2}\cdot x^{-1/2}\cdot y^{1/2}}{\frac{11}{2}\cdot x^{1/2}\cdot y^{-1/2}}=-\frac{y}{x}.$$

Maksimum profita se ostvaruje kada je STS jednaka odnosu cena:

$$-\frac{y}{x}=-3\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{1}{3}.$$

20.3. Za proizvodnju 2 jedinice autputa potrebno je upotrebiti 4 jedinice inputa. Za proizvodnju 3 jedinice auputa potrebno je 9 jedinica inputa, a za y jedinica autputa potrebno je y^2 jedinica inputa. Troškovi proizvodnje iznose $1000\cdot y^2+10000$.

20.4. Videti primer *„krive graničnog troška za dva postrojenja"* u tački 21.3 u knjizi. Ako preduzeće ima dva postrojenja, tada je za njega optimalno da izjednači granične troškove na oba postrojenja. Ako bi granični troškovi na jednom postrojenju bili veći, preduzeću bi se isplatilo da smanji proizvodnju za jednu jedinicu i poveća proizvodnju na postrojenju sa nižim graničnim troškovima, i tako smanji ukupne troškove. Izjednačavajući granične troškove na oba postrojenja dobijamo:

$$4\cdot y_1=12\cdot y_2$$

$$y_1=3\cdot y_2$$

Sa druge strane imamo ograničenje koje zahteva da zbir proizvodnje na oba postrojenja bude 32: $y_1 + y_2 = 32$. Rešavajući sistem jednačina:

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 &= 32 \\ y_1 &= 3 \cdot y_2 \end{aligned}$$

određujemo da je $y_2 = 8$.

20.5. Uslov za miminimum troška za dati obim proizvodnje je:

$$STS = \frac{w_L}{w_K}.$$

(1) Za prvu tehnologiju imamo da je $\frac{3K}{L} = 3 \Rightarrow K = L$. Zamenom ovog rezultata u proizvodnu funkciju dobijamo da je $q = 8K^{0.25} \cdot K^{0.75} = 8K$. Kako je $q = 3200$ imamo da je $K = L = 400$. Ukupni troškovi za prvu tehnologiju su $1 \cdot 400 + 3 \cdot 400 = 1600$.

(2) Za drugu tehnologiju imamo da je $\frac{K}{L} = 3 \Rightarrow K = 3L$. Zamenom ovog rezultata u proizvodnu funkciju dobijamo da je $q = 8(3L)^{0.5} \cdot L^{0.5}$. Kako je $q = 3200$ imamo da je $L = 400/\sqrt{3}$ i $L = 400\sqrt{3}$. Ukupni troškovi za drugu tehnologiju su $1 \cdot 400\sqrt{3} + 3 \cdot (400/\sqrt{3}) = 1385.64$.

(3) Za treću tehnologiju imamo da je $\frac{K}{3L} = 3 \Rightarrow K = 9L$. Zamenom ovog rezultata u proizvodnu funkciju dobijamo da je $q = 8(9L)^{0.75} \cdot L^{0.5}$. Kako je $q = 3200$ imamo da je $L = 400/\sqrt[4]{9^3}$ i $L = 400\sqrt[4]{9}$. Ukupni troškovi za treću tehnologiju su $1 \cdot 400 \cdot \sqrt[4]{9} + 3 \cdot (400/\sqrt[4]{9^3}) = 676.24$.

Dakle, treća tehnologija ima najmanje troškove.

20.6. Da bi ponašanje bilo u skladu sa slabim aksiomom maksimiziranja profita potrebno je da budu ispunjeni uslovi:

$$w_1^t \cdot x_1^t + w_2^t \cdot x_2^t \leq w_1^t \cdot x_1^s + w_2^t \cdot x_2^s$$

$$w_1^s \cdot x_1^s + w_2^s \cdot x_2^s \leq w_1^s \cdot x_1^t + w_2^s \cdot x_2^t.$$

Uzimajući da je $w_1^t = 15$, $w_2^t = 7$, $x_1^t = 17$, $x_2^t = 71$ i $w_1^s = 12$, $w_2^s = 24$, $x_1^s = 77$, . $x_2^s = 4$, zaključujemo da je ponašanje u skladu sa slabim aksiomom maksimiziranja profita.

20.7. Za proizvodnju jednog kompjutera potrebno je upotrebiti po jednu jedinicu od oba faktora, a za proizvodnju 170 jedinica potrebno je upotrebiti po 170 jedinica od oba faktora. Troškovi proizvodnje su $170 \cdot 18 + 170 \cdot 10 = 4760$.

20.8. Maksimum profita se ostvaruje kada je stopa tehničke supstitucije jednaka odnosu cena faktora u zemlji *A:*

$$-\frac{\dfrac{\partial f(S,L)}{\partial S}}{\dfrac{\partial f(S,L)}{\partial L}} = -\frac{\omega_S}{\omega_L} \Rightarrow -\frac{0{,}5 \cdot S^{-1/2} \cdot L^{1/2}}{0{,}5 \cdot S^{1/2} \cdot L^{-1/2}} = -\frac{7}{7} \Rightarrow \frac{0{,}5 \cdot L}{0{,}5 \cdot S} = 1$$

Iz gornje jednakosti određujemo da je $L = S$. Zamenjujući u proizvodnoj funkciji da je $L = S$ imamo $y = \sqrt{L} \cdot \sqrt{L} = L$, pa konačno zaključujemo da mora da važi $L = S = y$. Poslednji rezultat do koga smo došli implicira da ako proizvodimo jednu jedinicu autputa treba da upotrebimo jednu jedinicu oba inputa, a u opštem slučaju ako proizvodimo y jedinica autputa treba da upotrebimo y jedinica oba inputa. Cena jedna jedinice rada je 7, a cena jedne jedinice čelika je isto 7, pa su troškovi proizvodnje y jedinica jednaki $7 \cdot y + 7 \cdot y = 14 \cdot y$.

Razmotrimo sada situaciju u zemlji *B*. Maksimum profita zahteva jednakost stope tehničke supstitucije i odnosa cena u ovoj zemlji:

$$-\frac{L}{S} = -\frac{8}{6} \Rightarrow 3 \cdot L = 4 \cdot S \Rightarrow S = \frac{3}{4} \cdot L.$$

Zamenimo ovaj rezultat u proizvodnoj funkciji pa dobijamo:

$$y = \sqrt{S} \cdot \sqrt{L} = \sqrt{L} \cdot \sqrt{\frac{3}{4} \cdot L} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot L \Rightarrow L = \frac{2 \cdot y}{\sqrt{3}}.$$

Izrazimo sada S u funkciji od y :

$$S = \frac{3}{4} \cdot L = \frac{3}{4} \cdot \frac{2 \cdot y}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot y}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot y}{2}.$$

Troškovi proizvodnje iznose :

$$8 \cdot S + 6 \cdot L = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot y + 6 \cdot \frac{2 \cdot y}{\sqrt{3}} = 6{,}93 \cdot y + 6{,}93 \cdot y = 13{,}85 \cdot y.$$

Troškovi proizvodnje u zemlji *A* iznose $14 \cdot y$ a u zemlji *B* $13{,}85 \cdot y$.

20.9. Proizvodna funkcija ima oblik $y = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$. Izjednačavanjem STS sa odnosom cena faktora dobijamo da je $y = \frac{17 \cdot x}{11}$. Upotrebljenu količinu faktora x određujemo deleći ukupne izdatke na taj faktor sa njegovom cenom $x = \frac{517}{17}$. Zamenom količine angažovanog faktora u jednakost do koje smo gore došli izračunavamo optimalnu količinu faktora y $y = \frac{17 \cdot \frac{517}{17}}{11} = \frac{517}{11}$. Cena faktora y je 11 a ukupni izdaci za ovaj faktor iznose $\frac{517}{11} \cdot 11 = 517$.

20.10. Izjednačimo STS sa odnosom cena faktora:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial K}} = -\frac{\omega}{r} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{\omega}{r} \Rightarrow K = \frac{\omega}{r} \cdot L$$

Zamenom poslednjeg rezultata u proizvodnu funkciju dobijamo:

$$q = L \cdot \frac{\omega}{r} \cdot L = \frac{\omega}{r} \cdot L^2 \Rightarrow L = \sqrt{\frac{q \cdot r}{\omega}}.$$

20.11. Videti zadatak 20.6. Preduzeće krši slabi aksiom, odnosno ne minimizira troškove. Ništa neobično za „Pivopiju".

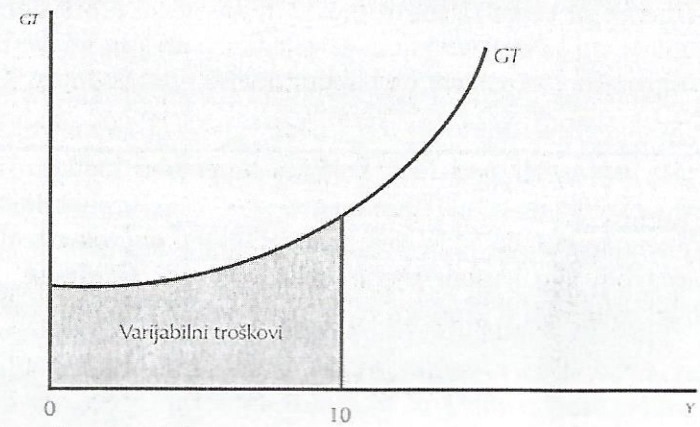
20.12 Iz proizvodne funkcije je očigledno da su faktor 1 i faktor 2 savršeni supstituti i potrošač koristi jeftiniji od ova dva faktora, odnosno faktor 1. Faktor 2 se nije koristio ni pre povećanja cene, a porast njegove cene sa 4 na 8 ne utiče na troškove proizvodnje, jer se taj faktor ne koristi.

20.13. Imamo sličnu situaciju kao i u prethodnom zadatku, ali ovde je faktor 2 meren u jedinicama od 2 kilograma, a faktor 1 u jedinicama od jednog kilograma, jer proizvodnja se dva puta više povećava sa povećanjem upotrebe drugog faktora nego sa povećanjem upotrebe prvog faktora. Imajući u vidu da je drugi faktor meren u jedinicama od 2 kilograma njegova cena po kilogramu je 1. Ako se cena prvog faktora smanji za 50%, tada će njegova cena biti 0,5, a cena drugog faktora će ostati na nivou od 1 po kilogramu. Faktor 1 i faktor 2 su savršeni supstituti, pa će proizvođač koristiti prvi faktor. Treći faktor uvek mora da se koristi, pa ako su se cene prvog i trećeg faktora smanjile za 50%, tada i troškovi moraju da se smanje za 50%.

20.14. Faktor x i faktor y su savršeni supstituti. Faktor y se meri u jedinicama od 2 kilograma jer se proizvodnja duplo više povećava sa povećanjem upotrebe faktora y. Za početne cene faktora $\omega_X = 1$ i $\omega_y = 2$ cena jednog kilograma faktora y je 1. Kada se cena faktora x udvostruči na $\omega_X = 2$, cena po jedinici faktora y, čija se cena utrostručila, biće 3. Kako su x i y savršeni supstituti, koristiće se jeftiniji faktor, odnosno faktor x, pa će se troškovi proizvodnje udvostručiti.

Poglavlje 21 Troškovne krive

21.1. Površina ispod krive graničnog troška predstavlja varijabilne troškove. Matematički, površina ispod krive graničnog troška predstavlja određeni integral.



Površina ispod krive graničnog troška u intervalu obima proizvodnje od 0 do 10 računa se kao određeni integral u tom intervalu.

Slika 21.1. *Granični i varijabilni troškovi*

U ovom primeru granični troškovi su $GT = 2y$. Varijabilni troškovi u intervalu od 0 do 10 iznose:

$$c_v(y) = \int_0^{10} 2y\,dy = y^2 \Big|_0^{10} = 100 - 0 = 100.$$

21.2. Ukoliko ne postoje fiksni troškovi tada prosečni varijabilni troškovi ne moraju da imaju oblik slova U. Za funkciju ukupnog troška oblika $c(y) = y^2$ funkcija prosečnih varijabilnih troškova je:

$$PVT(y) = \frac{c(y)}{y} = y.$$

$PVT(y) = y$ je linearna, strogo rastuća funkcija, koja nema oblik slova U. Drugim rečima, ovo je jednačina prave linije koja ima nagib od 45 ^{0} u odnosu na apscisu

21.3. Optimalni obim proizvodnje u savršenoj konkurenciji dobija se iz uslova da je cena jednaka graničnom trošku. Ovde možemo da tvrdimo da se radi o savršenoj konkurenciji jer se cena ne menja sa promenom autputa. Granični trošak dobijamo kao prvi izvod funkcije ukupnog troška:

$$GT(y) = \frac{dc(y)}{dy} = 4y.$$

Iz uslova da je cena jednaka graničnom trošku dobijamo:

$$40 = 4y \Rightarrow y = 10 .$$

21.4. Fiksni troškovi su oni troškovi su troškovi koji postoje i ako je preduzeće na nultom obimu proizvodnje (na primer amortizacija). Kvazi-fiksni troškovi postoje ako se proizvodi bar jedna jedinica. Na primer, za jednu fabričku halu troškovi osvetljenja su kvazi-fiksni troškovi. Kada nema proizvodnje troškovi osvetljenja su nula, ali sa proizvodnjom prve jedinice javljaju se ovi troškovi.

Fiksni troškovi su 13 (postoje na nultom obimu proizvodnje). Kvazi-fiksni troškovi su 24-13 =11.

21.5. Preduzeće proizvodi pozitivnu količinu autputa u kratkom roku ako i samo ako se cena nalazi iznad minimuma prosečnih varijabilnih troškova. Fiksni troškovi ne moraju da budu nadoknađeni u kratkom roku. U dugom roku preduzeće proizvodi ako i samo ako je cena veća od minimuma prosečnog troška. Pošto se ovde radi o kratkom roku, prvo određujemo funkciju ukupnog varijabilnog troška:

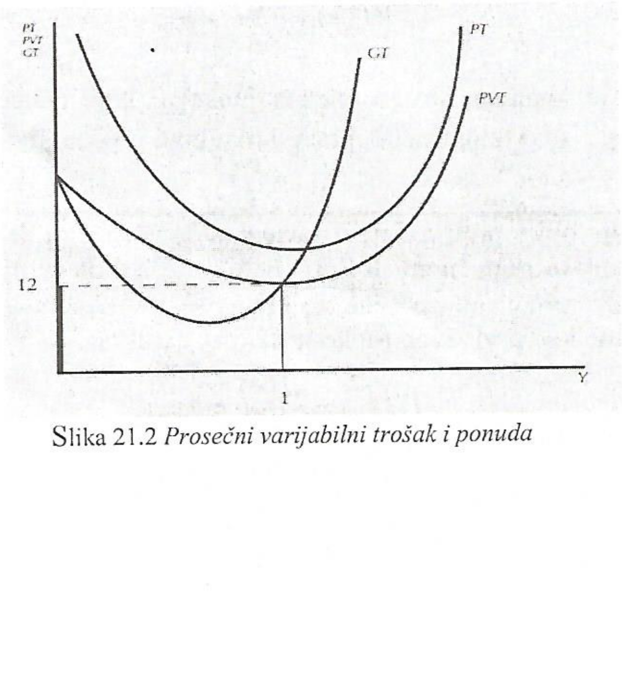
$$c_v(y) = 3y^3 - 6y^2 + 15y .$$

Prosečni varijabilni troškovi su $PVT(y) = 3y^2 - 6y + 15$.

Minimalna cena po kojoj preduzeće proizvodi u kratkom roku se nalazi u tački minimuma prosečnog varijabilnog troška. Minimum prosečnog varijabilnog troška se ostvaruje u tački gde je prvi izvod funkcije prosečnog varijabilnog troška jednak nuli:

$$\frac{dPVT(y)}{dy} = 6y - 6 = 0 \Rightarrow y = 1 .$$

Kada smo izračunali da je za obim proizvodnje od jedne jedinice ostvaren minimum prosečnog varijabilnog troška, potrebno je da odredimo cenu. Cenu možemo da odredimo tako što izračunavamo iznos prosečnog varijabilnog troška za jednu jedinicu. Iznos PVT je prikazan na vertikalnoj osi, pa PVT(1) predstavlja i minimalnu cenu $PVT(1) = 3 \cdot 1 - 6 \cdot 1 + 15 = 12$



Slika 21.2 *Prosečni varijabilni trošak i ponuda*

21.6. Kao što smo konstatovali u zadatku 21.1. ukupni varijabilni trošak predstavlja integral funkcije graničnog troška. Prema tome, imamo da je:

$$c_v(y) = \int (3y^2 - 2y + 10)dy = 3 \cdot \frac{y^3}{3} - 2 \cdot \frac{y^2}{2} + 10y\,.$$

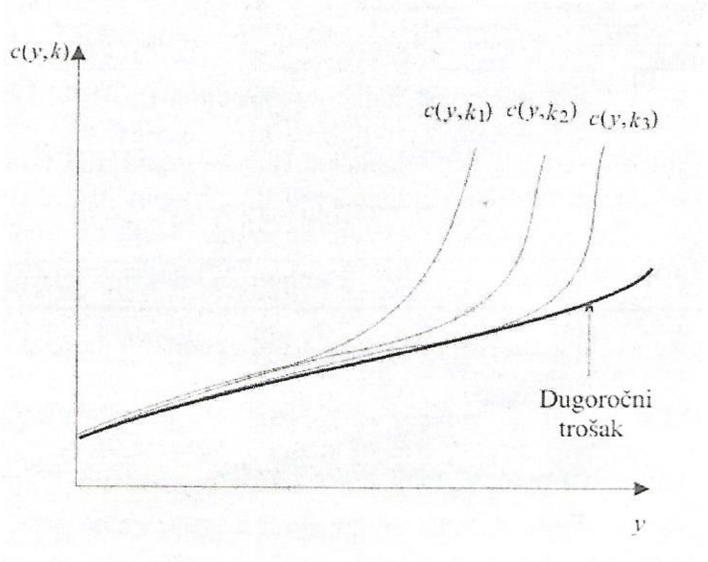
Ukupni trošak predstavlja zbir ukupnog varijabilnog i ukupnog fiksnog troška $c(y) = y^3 - y^2 + 10y + 100$.

21.7. Kratkoročna troškovna funkcija zavisi samo od obima proizvodnje. Dugoročna troškovna funkcija zavisi kako od obima proizvodnje (y) tako i od kapaciteta (k). Razmotrimo sliku 21.3. Za nivo kapaciteta k_1 kratkoročna funkcija ukupnog troška je $c(y,k_1)$. Sa povećanja obima proizvodnje dolazi do naglog rasta troškova, i potrebno je povećati kapacitete na nivo k_2. Sa većim kapacitetima do progresije troškova dolazi tek na većem obimu proizvodnje. Zatim sa kapacitet povećava na nivo k_3 itd. Dugoročni trošak je predstavljen punom linijom. Kod dugoročnog troška variramo obim kapaciteta, tako da eliminišemo progresiju troškova.U skladu sa ovim razmatranjima dugoročni trošak određujemo minimiziranjem funkcije $c(y,k) = y^3 - 8y^2 + (20 - 2k)y + k^2$ po k:

$$\frac{\partial c(u,k)}{\partial k} = -2y + 2k = 0$$

Zamenom ovog rezultata u $c(y,k) = y^3 - 8y^2 + (20 - 2k)y + k^2$ dobijamo da je:

$$c(y) = y^3 - 9y^2 + 20y\,.$$



Slika 21.3. *Dugoročni trošak*

21.8. Za funkciju ukupnog troška $C(y)=10+3y$ funkcija prosečnog troška je $PT(y)=\frac{10}{y}+3$. Odavde uočavamo da je funkcija PT striktno opadajuća funkcija po y (kada y raste PT opada). Matematički, prvi izvod ove funkcije je uvek manji od nule:

$$\frac{dPT(y)}{dy}=-\frac{10}{y^2}<0.$$

Kada je prosečni trošak striktno opadajuća veličina, tada granični trošak mora biti manji od prosečnog. Videti Teorijsko pitanje 21.5.

21.9. Funkcija prosečnog troška je $PT(y)=3y+\frac{100}{y}$. Da bi funkcija prosečnog troška bila konstantno opadajuća (i samim tim granični trošak manji od prosečnog), potrebno je da prvi izvod funkcije prosečnog troška bude manji od nule:

$$\frac{dPT(y)}{dy}=-\frac{100}{y^2}+3<0.$$

$$+\frac{100-3y^2}{y^2}$$

Prvo ćemo odrediti tačku u kojoj je prvi izvod jednak nuli:

$$\frac{100}{y^2}=3\Rightarrow y=\frac{10}{\sqrt{3}}.$$

U intervalu obima proizvodnje od 0 do $\frac{10}{\sqrt{3}}$ prvi izvod funkcije prosečnog troška je negativan, što znači da prosečni trošak opada. Kada prosečni trošak opada, tada je granični manji od prosečnog. U otvorenom intervalu obima proizvodnje $\left(\frac{10}{\sqrt{3}},+\infty\right)$ prvi izvod funkcije prosečnog troška je veći od nule i prosečni trošak je u rastućoj fazi. U slučaju kada prosečni trošak raste granični trošak je veći od prosečnog. Zaključujemo da prosečni trošak nije striktno opadajuća funkcija, pa granični trošak ne može uvek da bude manji od prosečnog troška.

21.10. Ukoliko svaki input pomnožimo sa t, proizvodna funkcija postaje:

$$f(tx_1,tx_2)=(tx_1)^{1/2}+(tx_2)^{1/2}=t^{1/2}\left[x_1^{1/2}+x_2^{1/2}\right]=t^{1/2}f(x_1,x_2).$$

Inpute smo povećali t puta, a obim proizvodnje se povećao $t^{1/2}$ puta (ako na primer povećamo inpute 4 puta proizvodnja se povećava za $\sqrt{4}=2$ puta). Prema tome, postoje opadajući prinosi i funkcija graničnog troška je rastuća.

Poglavlje 22 Ponuda preduzeća

22.1. Drugi način da odredimo postojanje prinosa na obim je da odredimo da li prosečni troškovi rastu ili opadaju. U slučaju postojanja rastućih prinosa na obim udvostručenje količine oba inputa dovodi do, na primer, trostrukog povećanja obima proizvodnje. Pretpostavimo da smo u početnoj situaciji koristili jednu jedinicu oba inputa za proizvodnju jedne jedinice autputa. Ukoliko oba inputa koštaju 1 din ukupan trošak proizvodnje jedne jedinice je 2 din., a prosečan trošak je 2 din. Ako udvostručimo količine oba inputa, a autput se poveća na 3 jedinice, ukupni troškovi iznose 4 din., a prosečni troškovi su 4/3 din. Zaključujemo da ako postoje rastući prinosi na obim prosečni troškovi opadaju. Uslov za maksimum profita je $q = 3p$, odnosno $p = \frac{q}{3}$. Kako je uslov za maksimum profita jednakost cene i graničnog troška, desna strana jednakosti predstavlja granični trošak. Ukupan trošak se dobija kao integral funkcije graničnog troška:

$$c(y) = \int \frac{q}{3} dq = \frac{1}{3} \cdot \int q dq = \frac{1}{3} \cdot \frac{q^2}{2} + C = \frac{q^2}{6} + C.$$

U dugom roku ne postoje fiksni troškovi i možemo da zanemarimo konstantu C. Prvi izvod funkcije ukupnog troška je $\frac{dc(q)}{dq} = \frac{q}{3} > 0$. Poslednja nejednakost implicira da su ukupni troškovi striktno rastuća veličina i postoje opadajući prinosi na obim.

22.2. Da bismo utvrdili da li je troškovna funkcija oblika slova U, potrebno je da odredimo da li ova funkcija ima minimum. Potreban uslov za mimimum zahteva da je prvi izvod funkcije prosečnog troška jednak nuli:

$$\frac{dc(y)}{dy} = 20 - \frac{500}{y^2} = 0.$$

Uočavamo da je prvi izvod jednak nuli ako je $y = 5 \cdot \sqrt{10}$.

22.3. Preduzeće maksimizira profit izjednačavanjem cene sa graničnim troškom:

$$y + 10 = 50 \Rightarrow y = 40.$$

Ukupni varijabilni trošak je:

$$c(y) = \int (y + 10) dy = 0.5 y^2 + 10 y.$$

Profitna funkcija preduzeća je $\Pi = py - (0.5 y^2 + 10 y + 700)$. Za $y = 40$ profit je $\Pi = 100$.

22.4. Ukoliko preduzeće ima dva postrojenja, maksimum profita je ostvaren kada se izjednače granični troškovi proizvodnje za oba postrojenja. Ako pretpostavimo da granični troškovi nisu jednaki, tada bi se isplatilo prebacivanje male količine autputa sa postrojenja sa većim graničnim troškovima na postrojenje sa manjim graničnim troškovima. Prvo postrojenje ima troškovnu funkciju $c_1(y) = 4 \cdot y_1^2 + 89$ i granični troškovi za ovo postrojenje su $\frac{d\, c_1(y)}{d\, y_1} = 8 \cdot y_1$. Troškovna funkcija drugog postrojenja je $c_2(y) = 8 \cdot y_2^2 + 39$, a granični troškovi su $16 \cdot y_2$. Iz uslova jednakosti graničnog troška na oba postrojenja određujemo da je $y_2 = 0{,}5 \cdot y_1$:

$$8 \cdot y_1 = 16 \cdot y_2 \Rightarrow y_2 = 0{,}5 \cdot y_1 .$$

Kako je optimalan obim proizvodnje prvog postrojenja 28, iz prethodnog uslova utvrđuje mo da je optimalan obim proizvodnje za drugo postrojenje 14. Videti primer *„krive graničnog troška za dva postrojenja"* u tački 21.3 u knjizi..

22.5. Proizvodna funkcija je definisana kao $f(x) = 2x^{1/3}$. Da bi proizvelo jednu jedinicu autputa preduzeće treba da upotrebi $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ jedinica inputa x: $1 = 2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$. Za dve jedinica autputa potrebno je koristiti $\left(\frac{2}{2}\right)^3$ jedinica inputa x: $2 = 2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{2}{2}\right)^3}$. Konačno za y jedinica autputa potrebno je $\left(\frac{y}{2}\right)^3$ jedinica inputa x. Troškovi proizvodnje za ovo preduzeće se dobijaju kao proizvod upotrebljene količine inputa x i cene inputa (ω_X) i u opštem obliku iznose $\frac{y^3}{8} \cdot \omega_X$. Troškovna funkcija je proporcionalna proizvodu cene inputa i trećeg stepena količine autputa.

$y = 2 \cdot x^{\frac{1}{3}}$

$1 = 2 \cdot x^{\frac{1}{3}}$

$y^3 = 2^3 \cdot x$

$1: x = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$1 = 2^3 \cdot x$

$x = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$x_2 = \left(\frac{2}{2}\right)^3$

22.6. Proizvodna funkcija je definisana kao $y = \sqrt{K + L}$. Uočavamo da se u potkorenoj veličini nalazi proizvodna funkcija za savršene supstitute. Kada su K i L savršeni supstituti preduzeće koristi jeftiniji od dva inputa. Ako je $r > w$ (cena kapitala je veća od cene rada) tada će preduzeće koristiti samo rad u proizvodnji i neće koristiti kapital (K=0).

22.7. Trošak koji se plaća za korišćenje hale je fiksni trošak i ne utiče na veličinu graničnog troška. Ukupni troškovi prvog preduzeća su $c(y_1) = c_v(y_1) + F_1$, a drugog $c(y_2) = c_v(y_2) + F_2$, gde je $F_1 > F_2$. Uslov za optimum prvog preduzeća je $p = \frac{d\,c_v(y_1)}{d\,y_1}$, a uslov za optimum drugog preduzeća je $p = \frac{d\,c_v(y_2)}{d\,y_2}$. Odavde zaključujemo da mora da važi $\frac{d\,c_v(y_1)}{d\,y_1} = \frac{d\,c_v(y_2)}{d\,y_2}$ $(GTR_1 = GTR_2)$.

Poglavlje 23 Ponuda grane

23.1. Da bismo odredili funkciju ponude potrebno je da izjednačimo cenu i granični trošak. Ovaj uslov za prvi tip preduzeća glasi $p = y$ a za drugi $p = \frac{2}{3} \cdot y$. Na ovaj način smo odredili inverznu krivu ponude, pa ćemo u sledećem koraku izraziti količinu kao funkciju cene. Funkcija ponude za prvi tip preduzeća je $y = p$ a za drugi $y = \frac{3}{2} p$. Kako imamo 100 preduzeća sa troškovnom funkcijom prvog tipa, agregatna ponuda za prvi tip preduzeća je $y = 100p$, dok je agregatna ponuda za drugi tip $y = 150p$. Sabiranjem ovih agregatnih ponuda dobijamo ukupnu agregatnu ponudu $y = 250p$.

23.2. Uslov da bi preduzeće poslovalo u dugom roku zahteva da je cena veća ili jednaka od minimuma prosečnog troška. Funkcija ukupnog troška za prvo preduzeće je $c(y) = 3 + (4y^2/3)$, a funkcija prosečnog troška je $PT = \frac{3}{y} + \frac{4y}{3}$.

Funkcija prosečnog troška drugog preduzeća je $PT = \frac{10}{y} + \frac{y}{10}$. Minimum prosečnog troška za prvo preduzeće odredićemo izjednačavanjem prvog izvoda prosečnog troška sa nulom:

$$\frac{dPT(y)}{dy} = -\frac{3}{y^2} + \frac{4}{3} = 0$$

$$\frac{3}{y^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4 \cdot y^2 = 9 \Rightarrow y = \frac{3}{2}.$$

Prosečni troškovi dostižu minimum za obim proizvodnje y=3/2. Sada ovaj obim vratimo u funkciju prosečnog troška da bismo odredili koliko iznosi prosečni trošak za y=3/2:

$$PT\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{\frac{3}{2}} + \frac{4\frac{3}{2}}{3} = 4. \checkmark$$

Minimum prosečnog troška za drugo preduzeće je:

$$\frac{dPT(y)}{dy}=-\frac{10}{y^2}+\frac{1}{10}=0\Rightarrow y=10.$$

Iznos prosečnog troška za obim proizvodnje od 10 jedinica je:

$$PT(10)=\frac{10}{10}+\frac{10}{10}=2.\quad\checkmark$$

U slučaju da cena iznosi 1 ona će biti niža od minimuma prosečnog troška i oba preduzeća će obustaviti proizvodnju. Ako je cena 3, tada je cena veća od minimuma prosečnog troška drugog preduzeća, dok će prvo preduzeće biti primorano da prestane sa poslovanjem.

23.3. Ukupni prihod od prodaje 200 papaja iznosi $200\cdot 3=600$. Troškovi uzgajanja papaje su $200\cdot 1=200$. Transportni troškovi iznose $200\cdot 4\cdot 0{,}1=80$. Renta koju donosi zemljište iznosi $R=600-280=320$

23.4. Novi proizvođači će ulaziti u granu sve dok mogu da ostvare pozitivan profit. Proizvođač koji bi poslovao sa gubitkom neće ući u granu. Svaki proizvođač koji se nalazi u grani proizvodi 12 brodova. Odgovor pod a) nudi mogućnost da će biti proizvedeno 288 brodova, odnosno da će u grani biti 288/12=24 proizvođača. Funkcija profita za 24. proizvođača glasi:

$$\Pi_{24}=p\cdot y-11-24\cdot y.$$

Kako i ovaj proizvođač proizvodi 12 brodova (y=12), zamenom u funkciji profita određujemo njegov profit:

$$\Pi_{24}=25\cdot 12-11-24\cdot 12=1.$$

Profit za 25. proizvođača je:

$$\Pi_{25}=25\cdot 12-11-25\cdot 12=-11.$$

Dvadesetpeti proizvođač ostvaruje gubitak i on neće ući u granu. Poslednji proizvođač koji ostvaruje pozitivan profit u grani je proizvođač broj 24, tako da će optimalan broj brodograditelja biti 24.

23.5. Kao što smo ranije definisali, da bi preduzeće poslovalo u dugom roku potrebno je da cena bude veća ili jednaka od minimuma prosečnog troška. Ukoliko postoji pozitivan profit u dugom roku nova preduzeća će ulaziti u granu i povećavajući ponudu obaraju cenu. Proces ulaska će trajati sve dok profit ne bude jednak nuli. Ravnotežna cena u dugom roku je ona cena za koju se ostvaruje nulti profit, odnosno to je cena koja je jednaka minimumu prosečnog troška. Prosečni trošak za preduzeće je $PT = y + \frac{4}{y}$. Prosečni trošak ima minimum za obim proizvodnje y=2:

$$\frac{dPT(y)}{dy} = 1 - \frac{4}{y^2} = 0 \Rightarrow y = 2.$$

Iznos prosečnog troška u tački minimuma je $PT = 2 + \frac{4}{2} = 4$. Kada je cena jednaka 4 ona je jednaka minimumu prosečnog troška i dugoročni profit je nula.

Kriva graničnog troška predstavlja krivu ponude. Granični trošak za svako preduzeće je 2y, pa je inverzna kriva ponude $p = 2 \cdot y$. Kriva ponude koja pokazuje zavisnost količine od cene je $y = \frac{p}{2}$. Agregatna kriva ponude za n preduzeća ima oblik $y = n \cdot \frac{p}{2}$. Na nivou cele grane mora biti zadovoljen uslov da je agregatna tražnja jednaka agregatnoj ponudi:

$$50 - p = n \cdot \frac{p}{2}.$$

Kako smo ranije odredili da je u dugororočnoj ravnoteži $p = 4$, zamenom u poslednjoj jednačini određujemo optimalan broj preduzeća (n):

$$50 - 4 = n \cdot \frac{4}{2}$$
$$n = 23.$$

23.6. Proizvođač u savršenoj konkurenciji ne može da utiče na cenu. Cena je za njega parametarska veličina.

24.1. Za inverznu krivu tražnje $p = 100 - 2q$ ukupan prihod je $p \cdot q = (100 - 2 \cdot q) \cdot q = 100 \cdot q - 2 \cdot q^2$. Monopolista nema fiksne troškove pa su ukupni troškovi jednaki ukupnim varijabilnim troškovima $c(y) = 10 \cdot q$. Funkcija profita za ovog monopolistu je:

$$\Pi = 100 \cdot q - 2 \cdot q^2 - 10 \cdot q = 90 \cdot q - 2 \cdot q^2 .$$

24.2. Ukupan prihod je $R = p \cdot q = 320 \cdot q - 4 \cdot q^2$. Maksimum profita je ostvaren kada je prvi izvod funkcije ukupnog prihoda jednak nuli $\frac{dR}{dq} = 320 - 8 \cdot q = 0$. Iz poslednje jednačine određujemo da je prihod maksimalan za 40 jedinica autputa.

24.3. Funkcija tražnje je $q = \frac{7000}{p^2}$ i ova funkcija ima konstantnu elastičnost $\varepsilon = -2$. Granični prihod je predstavljen relacijom $GPD = p \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$. Izjednačavanjem GPD i GT određujemo cenu koja maksimizira profit:

$$p \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow p = 2 .$$

24.4. Ako se monopolista suočava sa linearnom krivom tražnje njegova cena će se povećati za polovinu iznosa poreza. Za formalni dokaz ovog tvrđenja videti zadatak 25.8.

24.5. Ponovo koristitimo da je $GPD = p \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$. Funkcija tražnje $q = \frac{10000}{p^2}$ ima konstantnu elastičnost $\varepsilon = -2$. Maksimalan profit se ostvaruje kada se granični prihod izjednači sa graničnim troškom:

$$p \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 5 \Rightarrow p = 10 .$$

Kada se uvede porez od 10 po jedinici granični trošak se povećava na 5+10=15, pa se gornji uslov modifikuje:

$$p \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 15 \Rightarrow p = 30 .$$

Cena je porasla za 20 sa uvođenjem poreza.

24.6. Za funkciju tražnje $q = \frac{1000}{(p+1)^2}$ odredićemo izvod po p:

$$\frac{dq}{dp} = -2 \cdot \frac{1000}{(p+1)^3}.$$

Elastičnost tražnje je:

$$\varepsilon = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -\frac{2000}{(p+1)^3} \cdot \frac{p}{\frac{1000}{(p+1)^2}} = -\frac{2 \cdot p}{p+1} = -\frac{6}{4} = -1{,}5.$$

24.7. U prethodnom zadatku smo odredili da je elastičnost za ovu funkciju tražnje $\varepsilon = -\frac{2 \cdot p}{p+1}$. Granični prihod je $GPD = p \cdot \left(1 - \frac{p+1}{2 \cdot p}\right)$. Izjednačićemo granični prihod i granični trošak $p \cdot \left(1 - \frac{p+1}{2 \cdot p}\right) = 2$. Odavde određujemo da je optimalna cena $p = 5$.

24.8. Ako je elastičnost tražnje $\varepsilon = -0{,}5$ tada je granični prihod negativan i monopolista ne maksimizira profit $GPD = p \cdot \left(1 - \frac{1}{0{,}5}\right) = -p$.

24.9. Maksimum profita za monopol zahteva jednakost graničnog prihoda i graničnog troška, pa određujući iznos graničnog prihoda utvrđujemo i iznos graničnog troška: $GPD = p \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = 12 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 8 = GT$.

24.10 Inverzna kriva tražnje ima oblik $p = \frac{A-q}{B}$. Uslov za konkurentsku ravnotežu je jednakost cene i graničnog troška $\frac{A-q}{B} = c$. Iz ove jednakosti određujemo da je $q = A - B \cdot c$. Maksimum profita za monopol je ostvaren kada se granični prihod izjednači sa graničnim troškom $\frac{A - 2 \cdot q}{B} = c$, odakle određujemo da je $q = \frac{A - B \cdot c}{2}$.

24.11 Monopolista za svaku jedinicu koju prodaje dobija subvenciju u iznosu od s. Njegov granični prihod se uvećava na GPD+s, odnosno $p \cdot \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) + s = c$. Iz poslednje jednačine dobijamo:

$$p \cdot \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = c - s$$

$$p = \frac{c - s}{1 - \frac{1}{|\varepsilon|}}.$$

Cena uvek mora da bude pozitivna, a iz uslova zadatka je poznato da je $s > c$, odnosno $c - s < 0$. Da bi gornji razlomak bio pozitivan potrebno je da je $1 - \frac{1}{|\varepsilon|} < 0$, odnosno $\frac{1}{|\varepsilon|} > 1 \Rightarrow |\varepsilon| < 1$.

24.12 Inverzna kriva tražnje sa kojom se suočava monopol je $p = 100 - 2 \cdot q$, a granični prihod je $GPD = 100 - 4 \cdot q$. Izjednačićemo granični prihod i granični trošak da bismo dobili optimalan nivo autputa $100 - 4 \cdot q = 20 \Rightarrow q = 20$. Za ovaj nivo autputa cena iznosi $p = 100 - 2 \cdot 20 = 60$. Profitna funkcija za ovog proizvođača ima oblik $\Pi = p \cdot q - 20 \cdot q - C$. Potrebno je da odredimo C tako da je profit jednak nuli $\Pi = 20 \cdot 60 - 20 \cdot 20 - C = 0 \Rightarrow C = 800$.

24.13 Izjednačujući cenu sa graničnim troškom određujemo da preduzeće proizvodi 41 jedinicu autputa $130 - 3 \cdot q = 7 \Rightarrow q = 41$. Za ovaj nivo autputa cena iznosi $p = 130 - 3 \cdot 41 = 7$. Ukupan prihod iznosi $p \cdot q = 7 \cdot 41 = 287$, a ukupni troškovi su $c(41) = 500 + 7 \cdot 41 = 787$. Preduzeće ostvaruje gubitak od 500.

Poglavlje 25 Monopolsko ponašanje

25.1. Inverzna funkcija tražnje je $p = 330 - 2 \cdot q$. Uslov za maksimum profita kod monopola implicira jednakost graničnog prihoda i graničnog troška (GPD=GT):

$$330 - 4 \cdot q = 10 \Rightarrow q = 80.$$

Avionska kompanija maksimizira profit kada prevozi 80 putnika. Cena koju je spreman da plati osamdeseti (marginalni putnik) je $p = 330 - 2 \cdot 80 = 170$, a granični trošak je 10, pa je razlika između iznosa koji je spreman da plati marginalni putnik i graničnog troška 170-10=160.

25.2. Porez na profit nema nikakav uticaj na obim proizvodnje i cenu koju određuje monopol. Problem maksimiziranja za monopolistu koji je suočen sa porezom na profit od τ procenata je $\max_{y}(1-\tau)[p(y)y - c(y)]$. Vrednost y koja maksimizira profit bez poreza takođe će maksimizirati profit za (1 - τ) puta. Videti primer u okviru tačke 24.3. u knjizi.

25.3. Inverzna kriva tražnje je $p = 500 - \frac{q}{100}$. Izjednačićemo granični prihod sa graničnim troškom da bismo odredili optimalan obim prodaje:

$$500 - \frac{q}{50} = 10 \Rightarrow q = 24500.$$

Na ovom obimu prodaje marginalni kupac je spreman da plati $p = 500 - \frac{24500}{100} = 255$, što je više od iznosa graničnog troška. Potrebno je da odredimo na kom obimu prodaje će se spremnost da se plati izjednačiti sa graničnim troškom. Izjednačujući inverznu funkciju tražnje (koja meri spremnost da se plati) sa graničnim troškom $p = 500 - \frac{q}{100} = 10$, određujemo da je $q = 49000$. Kada monopol maksimizira profit, on prodaje 24500 jedinica, a postoji ukupno 49.000 potencijalnih kupaca koji su spremni da plate više od iznosa graničnog troška.Dakle, postoji 24.500 potrošača koji neće kupiti softver, a spremni su da plate više od iznosa graničnog troška.

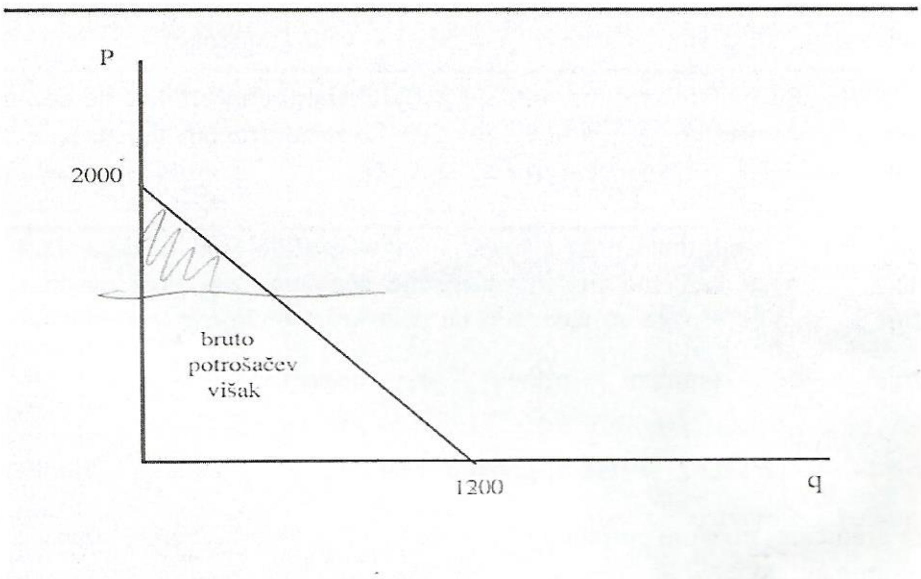
25.4. Inverzna kriva tražnje je $p = 2000 - 1{,}67 \cdot q$, a granični prihod je $GPD = 2000 - 3{,}33 \cdot q$. Za izgradnju klizališta postoje samo fiksni troškovi u iznosu od 1 milion €. Operativni troškovi su nula, što pokazuje da su granični troškovi nula. Izjednačavanjem graničnog prihoda sa graničnim troškom izračunavamo optimalan broj pretplatnih karata:

$$GPD = 2000 - 3{,}33 \cdot q = 0 \Rightarrow q = 600.$$

Za 600 pretplatnih karata, cena je $p = 2000 - 1{,}667 \cdot 600 = 1000$ €. Ukupni prihodi su $p \cdot q = 1000 \cdot 600 = 600.000$ €. Ukupni troškovi (1.000.000 €) su veći od ukupnih prihoda.

Ukupna vrednost potrošačkog viška (bruto potrošačev višak) se dobija kao površina ispod inverzne krive tražnje. Inverzna kriva tražnje ima odsečak na vertikalnoj osi $p = 2000$, za $q = 0$ i odsečak na horizontalnoj osi $q = 1200$ (za $p = 0$ u inverznoj funkciji tražnje).

Bruto potrošačev višak određujemo kao površinu trougla, čija jedna stranica iznosi 2000 a druga 1200: $\frac{2000 \cdot 1200}{2} = 1{,}2$ miliona €. Vrednost bruto potrošačevog viška je veća od iznosa troškova.



Slika 25.1. Bruto potrošačev višak

25.5 Iz uslova za maksimum profita kada se primenjuje trećestepena diskriminacija cene utvrđujemo da mora da važi jednakost graničnih prihoda na oba tržišta $GPD_1 = GPD_2$. U 15 poglavlju smo utvrdili da je $GPD = p(q)\left(1 + \frac{1}{\varepsilon(q)}\right)$. Kako važi jednakost graničnih prihoda na oba tržišta možemo da napišemo:

$$p_1(y_1)\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_1(y_1)|}\right) = p_2(y_2)\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_2(y_2)|}\right).$$

Poznato nam je da je $\varepsilon_1 = -2$ i da je $\varepsilon_2 = -2$, pa ove veličine zamenjujemo u gornjoj jednačini:

$$p_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = p_2 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{1}{2} \cdot p_1 = \frac{1}{3} \cdot p_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{3}.$$

25.6 Monopolista treba da izjednači granični prihod sa graničnom troškom na oba tržišta. Inverzna kriva tražnje na prvom tržištu je $p_1 = 50 - \frac{x_1}{2}$, a granični prihod je $GPD = 50 - x_1$. Maksimu profita (GPD=GT) se ostvaruje za obim prodaje od 40 jedinica na prvom tržištu $50 - x_1 = 10 \Rightarrow x_1 = 40$. Za obim od 40 jedinica cena na prvom tržištu je $p_1 = 50 - \frac{40}{2} = 30$. Izjednačavanjem GPD i GT na drugom tržištu izračunavamo da je optimalan obim prodaje na drugom tržištu 20 jedinica $50 - 2 \cdot x_2 = 10 \Rightarrow x_2 = 20$. Cena na drugom tržištu za obim od 20 jedinica je $p_2 = 50 - x_2 = 30$.

25.7 Setimo se elastičnosti kod linearne krive tražnje (videti sliku 15.4. u knjizi). Kako se krećemo niz krivu tražnje apsolutna vrednost elastičnosti tražnje se smanjuje. Ako se nalazimo na delu krive tražnje gde je elastičnost tražnje -0,7 granični prihod je negativan $GPD = p \cdot \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) =$ $= p \cdot \left(1 - \frac{1}{0,7}\right) = -0,42 \cdot p$. Da bi granični prihod postao pozitivan i izjednačio se sa graničnim troškom potrebno je da se krećemo uz krivu tražnje, odnosno da smanjimo autput.

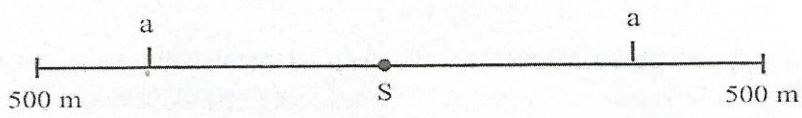
25.8 Kao i kod uticaja poreza na monopolistu koji je suočen sa linearnom krivom tražnje cena će porasti za polovinu iznosa povećanja graničnog troška. Ovo tvrđenje možemo da dokažemo u opštem slučaju.

Linearna kriva tražnje ima oblik $p = a - b \cdot y$, a granični prihod za ovu krivu tražnje je $GPD = a - 2 \cdot b \cdot y$. Obeležimo početni iznos graničnog troška sa c (2 u zadatku) a povećanje graničnog troška sa x (2 u zadatku). Uslov za maksimumu profita je $a - 2 \cdot b \cdot y = c + x$ odakle određujemo da je $y = \frac{a - c - x}{2 \cdot b}$. Potrebno je da odredimo $\frac{dp}{dx}$ (povećanje cene sa povećanjem graničnog troška). Pomnožimo i podelimo poslednji izraz sa dy pa dobijamo $\frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$. Diferencirajući inverznu funkciju po y određujemo da je $\frac{dp}{dy} = -b$.

Odredili smo da je $y = \dfrac{a - c - x}{2 \cdot b}$, pa diferencirajući ovaj izraz po x dobijamo $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{2 \cdot b}$. Množeći ova dva izraza imamo da je $\dfrac{dp}{dy} \cdot \dfrac{dy}{dx} = -p \cdot \left(-\dfrac{1}{2 \cdot b}\right) = \dfrac{1}{2}$, odnosno $\dfrac{dp}{dx} = \dfrac{1}{2}$.

25.9 Kada se proizvodi prodaju u paketima smanjujue se disperzija spremnosti na plaćanje i ostvaruje se veći profit. Videti tačku 25.5. u knjizi. U odgovoru pod a) ako monopol prodaje proizvode odvojeno, on može da naplati maksimalno 100$ po programu, što mu daje ukupan prihod od 400$. Ako prodaje proizvode u paketu, maksimalna cena koju može da odredi za paket je 200$, što daje ukupan prihod od 400$. Dakle, u ovom slučaju nije moguće povećeti prihod prodajom u paketu. Slično razmatranje važi za odgovore b) i d). Samo je u slučaju odgovora pod c) moguće povećeti prihod prodajom u paketu.

25.10 Razmotrimo sliku 25.2. Prodavac (S) se nalazi tačno na sredini keja, dok su potrošači raspoređeni tako da se na svakom metru nalazi jedan potrošač.



Slika 25.2. *Monopolski prodavac kokica*

Kupac koji se nalazi a metara od prodavca ostvaruje korisnost $U = 0.8 - 0.001 \cdot a - p$. Sa druge strane, ako ne kupi kokice njegova korisnost je $U = 0$. Potrebno je da pronađemo na kojoj se udaljenosti nalazi kupac koji je indiferentan između toga da kupi ili ne kupi kokice. Ovog kupca određujemo putem jednakosti:

$$0.8 - 0.001 \cdot a - p = 0 \Rightarrow a = \frac{0.8 - p}{0.001}.$$

Razmotrimo rezultat do koga smo došli. Ako prodavac kokica odredi cenu, na primer, $p = 0.6$ tada će kokice kupovati potrošači koji se nalaze 200 metara sa leve i desne strane $a = \dfrac{0.8 - p}{0.001} = \dfrac{0.8 - 0.6}{0.001} = 200$. Dakle, kokice će kupiti 400 potrošača ($2a$). Potrošači koji se nalaze na udaljenosti većoj od 200 metara neće kupiti kokice, jer su transportni troškovi toliko visoki da im je korisnost negativna. Na primer, potrošač koji se nalazi na udaljenosti od 220 metara ima korisnost $U = 0.8 - 0.001 \cdot 220 - 0.6 = -0.02$, pa je za njega bolje da ne kupi kokice, jer tada ostvaruje korisnost $U = 0$.

Dakle, monopolski prodavac kokica se suočava sa funkcijom tražnje $2a$. On ima nulte troškove i određuje cenu tako da maksimizira profit:

$$\max_p \pi = p \cdot 2a = p \cdot 2 \cdot \left(\frac{0.8 - p}{0.001} \right)$$

Dobijamo da je $0.8 - 2p = 0 \Rightarrow p = 0.4$. Prodavac kokica maksimizira profit za cenu $p = 0.4$. Kokice kupuju svi potrošači koji se nalaze na udaljenosti manjoj od 400 metara $a = \frac{0.8 - 0.4}{0.001} = 400$ (400 potrošača sa leve i 400 potrošača sa desne strane).

25.11 U modelu monopolističke konkurencije svaki od proizvođača poseduje određenu monopolsku moć, jer proizvodi nisu savršeni supstituti. Ipak, njegova monopolska moć je ograničena, jer postoji određeni stepen supstitutabilnosti između proizvoda. Na primer, ako BMW poveća cenu svog vozila u srednjoj klasi, a Mercedes ne menja svoju cenu za istu klasu, BMW će izgubiti deo potro šača, ali ne sve. Postoje oni koji preferiraju BMW i spremni su da ga kupuju i po većoj ceni.

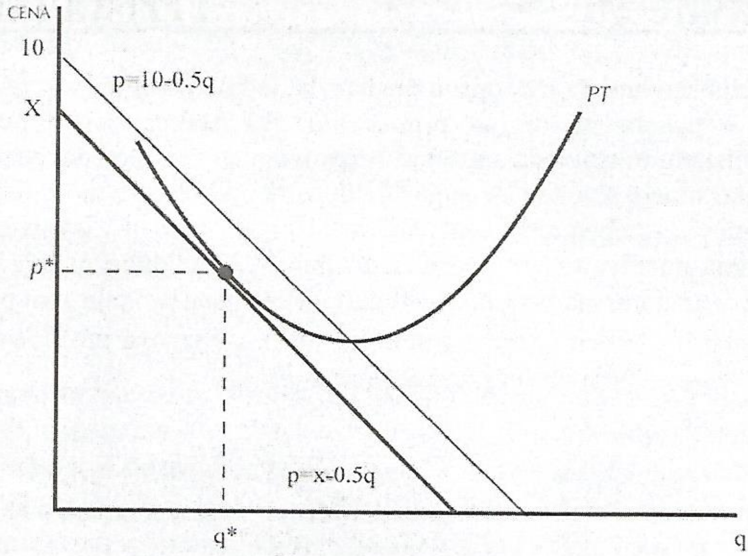
Svaki od proizvođača se ponaša kao monopolista na kratak rok i izjednačava granični prihod (na osnovu funkcije tražnje sa kojom se suočava) sa graničnim troškom:

$$10 - q = q \Rightarrow q = 5.$$

Na kratak rok svako proizvodi po 5 jedinica, a prodajna cena je $p = 10 - 0.5q = 7.5$. Profit svakog proizvođača je $\pi = pq - c(q) = 7.5 \cdot 5 - 30.5 = 7$. Dakle, svaki od proizvo đača ostvaruje pozitivan profit na kratak rok. Međutim, pretpostavka monopolističke konkurencije je da postoji sloboda ulaska novih proizvođača u granu. Novi proizvođači imaju podsticaj da uđu, jer se u grani ostvaruje pozitivan profit. Ulaskom novih proizvođača kriva tražnje, sa kojim se suočava svaki od proizvođača, se pomera ka koordinantom početku, tj. svako preduzeće ima sve manju tražnju za svojim proizvodima. Geometrijski, ovo smanjenje tražnje rezultuje u pomeranju krive tražnje ka koordinatnom početku, paralelno u odnosu na staru. Drugim rečima, odsečak funkcije tražnje na vertikalnoj osi se smanjuje. Funkcija tražnje se pomera ka koordinatnom početku sve dok ne bude tangentna sa krivom prosečnog troška, kada se ostvaruje nulti profit. Kada u grani postoji nulti profit novi proizvođači nemaju podsticaj da ulaze u granu. Dakle, u dugoročnoj ravnoteži funkcija tražnje je tangentna sa funkcijom prosečnog troška, a svaki od proizvođača izjednačava granični prihod sa graničnim troškom (slika 25.3).

Konstatovali smo da se odsečak funkcije tražnje na vertikalnoj osi smanjuje. Prvobitni odsečak je bio 10, a novi odsečak obeležimo sa x. Funkcija prosečnog troška je $PT = 0.5q + \frac{36}{q}$, pa je uslov tangentnosti prosečnog troška i tražnje:

$$x - 0.5q = 0.5q + \frac{36}{q}. \qquad (*)$$



Monopolistička konkurencija. Zbog ulaska novih proizvođača funkcija tražnje se pomera ka koordinatnom početku, paralelno u odnosu na staru.

Slika 25.3. *Monopolistička konkurencija*

Sa druge strane, svaki proizvođač izjednačava granični prihod sa graničnim troškom odakle imamo da je:

$$x - q = q \Rightarrow x = 2q\ .$$

Zamenom ovog rezultata u izraz (*) dobijamo:

$$1{,}5q = 0.5q + \frac{36}{q} \Rightarrow q^2 = 36 \Rightarrow q^* = 6\ .$$

25.12 Izjednačavanjem graničnog prihoda sa graničnim troškom na svakom tržištu dobijamo sistem jednačina:

$$160 - 16q_1 = 9 + q_1 + q_2 \quad (1)$$
$$\underline{80 - q_2 = 9 + q_1 + q_2} \quad (2)$$

Sa druge strane, izjednačavanjem graničnih prihoda imamo $160 - 16q_1 = 80 - q_2 \Rightarrow q_2 = 16q_1 - 80$. Zamenom ovog rezultata u jednačinu (1) dobijamo da je $q_1 = 7$. Na osnovu (2) sledi da je $q_2 = 32$. Stavljajući ove količine u inverzne funkcije tražnje određujemo da su optimalne cene $p_1 = 104$ i $p_2 = 64$.

26.1. Pretpostavimo da monopson predstavlja jedino preduzeće koje zapošljava radnike u nekom mestu (na primer rudarska kompanija). Proizvođač na konkurentskom tržištu rada angažuje svaku jedinicu rada po istoj ceni. Sa druge strane, ako monopson želi da angažuje dodatne radnike on mora da plati veću najamninu za svakog dodatnog radnika. Iz tog razloga, inverzna funkcija ponude ima pozitivan nagib. Njegovi ukupni troškovi angažovanja radnika su $c(L) = w(L) \cdot L$ (najamnina puta broj radnika). Monopson prodaje svoj proizvod na konkurentskom tržištu i njegov prihod je $p \cdot f(L)$. Njegova profitna funkcija je $\pi = p \cdot f(L) - c(L)$. Uslov za maksimum profita je:

$$p \cdot f'(L) - c'(L) = 0 \Rightarrow p \cdot f'(L) = c'(L)$$

Dakle, monopson maksimizira profit kada je vrednost graničnog proizvoda jednaka graničnom trošku angažovanja radnika.

U našem primeru, granični proizvod je $f'(L) = 15 - L$, a vrednost graničnog proizvoda je $p \cdot f'(L) = 30 - 2L$. Ukupni trošak za monopson je $c(L) = w(L) \cdot L = (10 + L) \cdot L$. Odavde imamo da je granični trošak $c'(L) = 10 + 2L$. Prema tome, monopson maksimizira profit kada je:

$$30 - 2L = 10 + 2L \Rightarrow L = 5 .$$

Optimalnu najamninu određujemo zamenom $L = 5$ u inverznoj funkciji ponude rada $w(L) = 10 + L = 15$.

26.2 Na osnovu prethodnog zadatka znamo da je najamnina u uslovima monopsona $w(L) = 15$. Ako postoji savršena konkurencija na tržištu rada najamnina je određena u preseku funkcije tražnje i ponude za radnom snagom (slika 26.2 u knjizi). Funkcija tražnje za radom je vrednost graničnog proizvoda $p \cdot f'(L) = 30 - 2L$, a inverzna funkcija ponude rada je $w(L) = 10 + L$. Ravnotežna količina rada je:

$$30 - 2L = 10 + L \Rightarrow L^* = \frac{20}{3} .$$

Ravnotežna najmanina je $w^*(L) = 10 + L = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3}$. Razlika između konkurentske najamnina i najamnine u uslovima monopsona je $w^* - w = 5/3$. *Primetimo da su u uslovima konkurencije na tržištu rada i najamnina i broj zaposlenih radnika veći nego u slučaju monopsona.*

26.3. Inverzna funkcija tražnje je $p = 100 - q$. Funkcija ukupnog prihoda je $R = p \cdot q = (100 - q) \cdot q = 100 \cdot q - q^2$. Granični prihod predstavlja prvi izvod funkcije ukupnog prihoda:

$$\frac{dR}{dq} = 100 - 2 \cdot q = 0.$$

Granični trošak je jednak nadnici w. Monopol ostvaruje maksimalan profit kada je granični prihod jednak graničnom trošku:

$$100 - 2 \cdot q = \omega.$$

Sinidikat predstavlja uzvodni monopol, pa se funkcija tražnje za radom dobija iz uslova za maksimum profita nizvodnog monopola (industrije drangulija). Iz postavke zadatka je poznato da je proizvodna funkcija $q = L$, odnosno da je za jednu jedinicu autputa potrebno uložiti jednu jedinicu rada, pa ako nizvodni monopol proizvodi q drangulija potrebno je da angažuje q jedinica rada. Iz uslova za maksimum profita industrije drangulija određujemo da je inverzna kriva tražnje za radom $\omega = 100 - 2 \cdot L$. Ukupni prihod za sindikat je $\omega \cdot L = 100 \cdot L - 2 \cdot L^2$, a granični prihod je $\omega = 100 - 4 \cdot L$. Granični troškovi za sindikat su nula i iz uslova za maksimum profita sindikata (granični prihod jednak graničnom trošku), određujemo optimalan obim zaposlenosti rada:

$$100 - 4 \cdot L = 0 \Rightarrow L = 25.$$

Kako je $q = L$ to je i obim proizvodnje industrije drangulija $q = 25$. Nadnica za obim angažovanja rada od 25 jedinica iznosi:

$$\omega = 100 - 2 \cdot L = 100 - 2 \cdot 25 = 50.$$

26.4. Industrija žvaka predstavlja nizvodni monopol. Inverzna kriva tražnje za žvakama je $p = 100 - \frac{q}{10}$. Ukupan prihod iznosi $p \cdot q = 100 \cdot q - \frac{q^2}{10}$, a granični prihod je $100 - \frac{q}{5}$. Za svaku jedinicu autputa je potrebno koristititi jednu jedinicu rada koja ima cenu w i jednu jedinicu plastike koja košta 10. Granični troškovi su $GT = \omega + 10$.

Maksimum profita industrije žvaka je ostvaren kada je granični prihod jednak graničnom trošku:

$$100 - \frac{q}{5} = \omega + 10 \Rightarrow 90 - \frac{q}{5} = \omega.$$

Poslednja jednačina određuje optimalan obim proizvodnje žvaka q. Za proizvodnju jedne žvake je potrebna jedna jedinica rada, pa ako proizvođač žvaka proizvodi q jedinica on mora da angažuje q jedinica rada.

Sindikat je uzvodni monopol. Inverzna kriva tražnje za radom se dobija iz uslova za maksimum profita industrije žvaka $\omega = 90 - \frac{L}{5}$ $(q=L)$. Ukupan prihod za sindikat je $\omega \cdot L = 90 - \frac{L^2}{5}$, a granični prihod je $90 - \frac{2 \cdot L}{5}$. Granični troškovi za sindikat su jednaki nuli. Uslov za maksimum profita sindikata je:

$$90 - \frac{2 \cdot L}{5} = 0 \Rightarrow L = 225$$

Kako je za jednu žvaku potrebno koristiti jednu jedinicu rada, industrija žvaka proizvodi 225 žvaka. Nadnica koja maksimizira prihod sindikata je:

$$\omega = 90 - \frac{225}{5} = 45.$$

26.5. Na osnovu problema maksimiziranja profita monopsoniste (dodatak uz 26. glavu u knjizi) imamo da je $pf'(x) = w(x)\left(1 + \frac{1}{\eta}\right)$, gde je $w(x)$ inverzna funkcija ponude rada, a η elastičnost ponude rada. Vrednost graničnog proizvoda je $pf'(x) = 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{1}\right) = 4$.

Poglavlje 27 Oligopol

27.1. Označimo autput prvog proizvođača sa q_1, a autput drugog proizvođača sa q_2. Ukupna ponuda u grani je $q = q_1 + q_2$ i cena proizvoda u grani je određena relacijom $p = 200 - 4 \cdot (q_1 + q_2)$. Ukupni troškovi za prvog proizvođača iznose $8 \cdot q_1$. Profitna funkcija za prvog proizvođača je $\Pi = [200 - 4 \cdot (q_1 + q_2)] \cdot q_1 - 8 \cdot q_1$. Maksimum profita za ovog proizvođača se ostvaruje kada je parcijalni izvod profitne funkcije po q_1 jednak nuli:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 200 - 8 \cdot q_1 - 4 \cdot q_2 - 8 = 0 .$$

Rešavajući ovu funkciju po q_1 određujemo da je $q_1 = 24 - 0{,}5 \cdot q_2$. Na ovaj način smo odredili funkciju reakcije prvog preduzeća.

Profitna funkcija drugog proizvođača je:

$$\Pi = [200 - 4 \cdot (q_1 + q_2)] \cdot q_2 - 8 \cdot q_2 .$$

Maksimum profita se ostvaruje kada se parcijalni izvod po q_2 izjednači sa nulom:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 200 - 4 \cdot q_1 - 8 \cdot q_2 - 8 = 0 .$$

Rešavanjem po q_2 dobijamo funkciju reakcije drugog preduzeća:

$$q_2 = 24 - 0{,}5 \cdot q_1 .$$

Kurnnoova ravnoteža se ostvaruje u preseku kriva reakcije dva proizvođača. Rešavanjem sledećeg sistema:

$$\begin{aligned} q_1 &= 24 - 0{,}5 \cdot q_2 \\ q_2 &= 24 - 0{,}5 \cdot q_1 \end{aligned}$$

određujemo da je optimalan autput za oba proizvođača $q_1 = q_2 = 16$. Ravnotežna cena se dobija zamenom ovih količina u inverznoj funkciji tražnje $p = 200 - 4 \cdot (16 + 16) = 72$.

27.2. Ukoliko uvedemo pretpostavku da svaki od učesnika smatra da je cena drugog proizvođača stalna, tada se radi o Bertranovom duopolu. Proizvodna funkcija za mesing ima oblik $q = \min\{z, b\}$, gde je q količina mesinga, a z i b količine cinka i bakra respektivno. Obeležimo sa p cenu mesinga, sa p_1 cenu cinka i sa p_2 cenu bakra. Za jednu jedinicu mesinga nam je potrebna jedna jedinica cinka i jedna jedinica bakra, odakle imamo da je cena mesinga jednaku zbiru cena cinka i bakra $p = p_1 + p_2$. Funkciju tražnje za mesingom možemo da napišemo kao $q = 900 - 2 \cdot (p_1 + p_2)$. Za svaku jedinicu mesinga je potrebna jedna jedinica cinka pa je funkcija tražnje za mesingom istovremeno i funkcija tražnje za cinkom. Profitna funkcija za proizvođača cinka je $\Pi_1 = (900 - 2 \cdot (p_1 + p_2)) \cdot p_1$. Maksimalan profit za ovog proizvođača je ostvaren kada je parcijalni izvod profitne funkcije po ceni njegovog proizvoda (p_1) jednak nuli:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 900 - 4 \cdot p_1 - 2 \cdot p_2 = 0.$$

Rešavajući po p_1 gornju jednačinu određujemo funkciju reakcije za prvog duopolistu $p_1 = 225 - 0{,}5 \cdot p_2$.

Profitna funkcija za proizvođača bakra ima oblik:

$$\Pi_2 = (900 - 2 \cdot (p_1 + p_2)) \cdot p_2.$$

Maksimalan profit se ostvaruje kada je parcijalni izvod ove funkcije po ceni bakra jednak nuli:

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial p_2} = 900 - 2 \cdot p_1 - 4 \cdot p_2 = 0.$$

Iz poslednjeg uslova određujemo funkciju reakcije drugog proizvođača $p_2 = 225 - 0{,}5 \cdot p_1$.

Ravnoteža *Bertranovog duopola* se ostvaruje u preseku dve krive reakcije. Rešavanjem sledećeg sistema jednačina:

$$\begin{aligned} p_1 &= 225 - 0{,}5 \cdot p_2 \\ p_2 &= 225 - 0{,}5 \cdot p_1 \end{aligned}$$

izračunavamo da je cena cinka i cena bakra ista i iznosi 150. Cena mesinga je zbir ove dve cene $p = p_1 + p_2 = 150 + 150 = 300$.

27.3. Videti zadatak 27.1.

27.4. Videti tačku 27.8. u knjizi. Uslov za maksimum profita u slučaju kada ima više preduzeća u Kurnoovoj ravnoteži je $p(Y)\left(1-\dfrac{s_i}{|\varepsilon(Y)|}\right)=GT(y_i)$, gde je s_i udeo preduzeća i u ukupnom autputu. U zadatku je poznato da postoje 4 preduzeća sa podjednakim učešćem na tržištu odakle sledi da je $s_i=0{,}25$. Zamenom poznatih veličina u prethodnom uslovu određujemo da je:

$$p(Y)\left(1-\frac{0{,}25}{1{,}5}\right)=GT(y_i)$$

$$p(Y)(0{,}83334)=GT(y_i)\Rightarrow\frac{p(Y)}{GT(y_i)}=1{,}2\,.$$

27.5. Ponovo imamo primer *Bertranovog duopola*. U ovom zadatku u pitanju su diferencirani proizvodi, pa se ravnoteža ne ostvaruje na nivou graničnog troška, tj 0. Profitna funkcija za tim A ima oblik $\Pi_a=(21-2\cdot p_a+p_b)\cdot p_a$. Maksimum profita se ostvaruje kada je parcijalni izvod po p_a jednak nuli:

$$\frac{\partial\Pi_a}{\partial p_a}=21-4\cdot p_a+p_b=0\,.$$

Funkcija reakcije za tim A je $p_a=5{,}25+0{,}25\cdot p_b$.

Profitna funkcija tima B je $\Pi_b=(21+p_a-2\cdot p_b)\cdot p_b$. Iz uslova za maksimum profita,

$$\frac{\partial\Pi_b}{\partial p_b}=21+p_a-4\cdot p_b=0\,,$$

određujemo funkciju reakcije drugog preduzeća $p_b=5{,}25+0{,}25\cdot p_a$.

Ravnoteža se ostvaruje u preseku dve krive reakcije, odakle izračunavamo da je $p_a=p_b=7$.

27.6. U slučaju *Štakelbergovog duopola* jedno preduzeće nastupa kao lider, a drugo kao satelit. Ako lider odredi da proizvodi količinu q_1, tada satelit maksimizira svoj profit za dati autput lidera. Ukupna količina proizvoda u grani je zbir ponuđene količine lidera i satelita $q=q_1+q_2$. Inverzna funkcija tražnje se može napisati kao $p=110-0{,}5\cdot(q_1+q_2)$.

Profitna funkcija satelita ima oblik $\Pi_2 = (110 - 0{,}5 \cdot (q_1 + q_2)) \cdot q_2 - 10 \cdot q_2$. Maksimum profita za satelita se ostvaruje kada je parcijalni izvod po q_2 jednak nuli:

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 110 - 0{,}5 \cdot q_1 - q_2 - 10 = 0 .$$

Funkcija reakcije satelita je $q_2 = 100 - 0{,}5 \cdot q_1$.

Na početku smo rekli da lider prvi bira svoj autput i određuje ponudu na nivou q_1. Ukupan autput će biti:

$$q = q_1 + q_2 = q_1 + 100 - 0{,}5 \cdot q_1 = 100 + 0{,}5 \cdot q_1 .$$

Profitna funkcija za lidera postaje $\Pi_1 = (110 - 0{,}5 \cdot (100 + 0{,}5 \cdot q_1)) \cdot q_1 - 10 \cdot q_1$. Da bi profit lidera bio maksimalan potrebno je da parcijalni izvod po q_1 izjednačimo sa nulom:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 50 - 0{,}5 \cdot q_1 = 0 .$$

Iz poslednje jednačine određujemo da je $q_1 = 100$. Zamenom u funkciji reakcije satelita određujemo da je proizvodnja satelita $q_2 = 50$.

27.7. Profitne funkcije su:

$$\Pi_1 = (6 - 0.01(q_1 + q_2)) \cdot q_1 - q_1 \text{ i } \Pi_2 = (6 - 0.01(q_1 + q_2)) \cdot q_2 - 2q_2$$

Na osnovu ovoga imamo da su funkcije reakcije $q_1 = 250 - 0.5q_2$ i $q_2 = 200 - 0.5q_1$. Dakle, u Kurnoovoj ravnoteži ukupna proizvodnja je 300 jedinica. Sa druge strane, u Štakelbergovom modelu ukupna proizvodnja je 350 jedinica.

27.8. Kartel će maksimizirati profit kada je granični prihod na oba tržišta isti. U SAD se svaka jedinica prodaje po istoj ceni od 100€ , što implicira da je granični prihod na ovom tržištu jednak ceni odnosno iznosi 100€. Označimo cenovnu elastičnost tražnje u Evropi sa ε_{EU}. Granični prihod u Evropi iznosi $GPD = p \cdot \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{EU}|}\right) = 150 \cdot \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{EU}|}\right)$. Izjednačićemo granične prihode na oba tržišta:

$$100 = 150 \cdot \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{EU}|}\right)$$

$$1-\frac{1}{|\varepsilon_{EU}|}=0{,}667 \Rightarrow \frac{1}{|\varepsilon_{EU}|}=\frac{1}{3} \Rightarrow \varepsilon_{EU}=-3.$$

27.9. Monopolski auput se određuje iz jednakosti graničnog prihoda i graničnog troška $20-2\cdot q=8 \Rightarrow q=6$. Ravnotežni autput u Kurnoovom duopolu se određuje iz preseka dve krive reakcije $q_1=6-0{,}5\cdot q_2$ i $q_2=6-0{,}5\cdot q_1$ i iznosi $q=q_1+q_2=4+4=8$. U slučaju Štakelbergovog duopola lider prvo određuje količinu q_1, a zatim satelit maksimizira svoj profit za ovaj izbor lidera. Funkcija reakcije satelita je $q_2=6-0{,}5\cdot q_1$. Ukupan autput u grani je $q=q_1+q_2=q_1+6-0{,}5\cdot q_1=6+0{,}5\cdot q_1$. Iz uslova za maksimum profitne funkcije lidera $\Pi_1=(20-(6+0{,}5\cdot q_1))\cdot q_1-8\cdot q_1$ određujemo da je obim proizvodnje lidera $q_1=6$. Obim proizvodnje satelita izračunavamo zamenom $q_1=6$ u funkciju reakcije satelita, odakle dobijamo da je $q_2=3$.

27.10. Prvo odredimo funkciju reakcije za prvog proizvođača:

$$\max_{q_1}\{p(Q)q_1-cq_1\}=[10-2\cdot(q_1+q_2+q_3)]\cdot q_1-2q_1$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1}=10-4\cdot q_1-2\cdot(q_2+q_3)-2=0$$

Funkcija reakcije je:

$$q_1=2-0.5\cdot(q_2+q_3).$$

Prema pretpostavci radi se o simetričnoj ravnoteži i svaki proizvođač proizvodi istu količinu $q_1=q_2=q_3\equiv q$. Primenimo ovu pretpostavku na funkciju reakcije:

$$q=2-0.5\cdot(2\cdot q)\Rightarrow q=1.$$

Dakle, obim proizvodnje u grani će biti $Q=3q=3$.

Poglavlje 29 Razmena

29.1 Pretpostavimo da se se dobro L nalazi na horizontalnoj osi, a dobro F na vertikalnoj osi u Edžvortovom dijagramu. Funkcija korisnosti prvog potrošača zavisi samo od L, pa on neće trošiti dobro F. Kada potrošač ne poseduje dobro F njegova finalna alokacija se nalazi u donjem desnom uglu Edžvortovog dijagrama u kome je ostvarena maksimalna potrošnja dobra L i nulta potrošnja dobra F. Finalna alokacija drugog potrošača će se nalaziti takođe u donjem desnom uglu, jer je u toj tački ostvarena maksimalna potrošnja dobra F i nulta potrošnja dobra L.

29.2. U Paretovom optimumu važi uslov jednakosti graničnih stopa supstitucije za dva potrošača:

$$\frac{2}{\sqrt{y}} = 3$$

$$\sqrt{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{9}.$$

29.3. Kao i u prethodnom zadatku izjednačićemo granične stope supstitucije. Granična stopa supstitucije za potrošača koji ima funkciju korisnosti $U = 2s + c$ je:

$$GSS_1 = -\frac{\frac{\partial U}{s}}{\frac{\partial U}{\partial c}} = \frac{2}{1} = 2.$$

Za potrošača sa funkcijom korisnosti $U = sc$,GSS je:

$$GSS_2 = -\frac{\frac{\partial U}{s}}{\frac{\partial U}{\partial c}} = \frac{c}{s}.$$

Izjednačavanjem graničnih stopa supstitucije dobijamo:

$$GSS_1 = GSS_2$$

$$2 = \frac{c}{s} \Rightarrow c = 2s.$$

U Paretovom optimumu važi $c = 2s$, pa oba potrošača troše dva puta više šampanjca nego kupina.

29.4. Oba potrošača imaju Kob-Daglasove funkcije korisnosti. Funkcija tražnje za dobrom 1 kod Kob-Daglasovih preferencija ima oblik $x_1 = \frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1}$. Za funkciju korisnosti oblika $U = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$, Kob-Daglasova funkcija tražnje je:

$$x_1 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}\frac{m}{p_1} = \frac{1}{3}\frac{m}{p_1}.$$

Obeležimo sa p_2 cenu dobra 2. Poznato nam je da je cena dobra 1 p_1=1. Potrošač A ima 14 jedinica dobra 1 i 7 jedinica dobra 2. Njegov dohodak je:

$$m_A = p_1 x_1 + p_2 x_2 = 1 \cdot 14 + 7 \cdot p_2 .$$

Dohodak potrošača B je:

$$m_B = p_1 x_1 + p_2 x_2 = 1 \cdot 71 + 10 \cdot p_2 .$$

Funkcija neto tražnje za dobrom 1 potrošača A je $e_A^1 = x_A^1 - \omega_A^1$, gde je e_A^1 neto tražnja potrošača A za dobrom 1, x_A^1 bruto tražnja potrošača A za dobrom 1 a ω_A^1 početno raspoloživa količina dobra 1 koju poseduje potrošač A.Funkcija neto tražnje potrošača B za dobrom 1 je $e_B^1 = x_B^1 - \omega_B^1$. Bruto tražnju potrošača A dobijamo tako što uvrstimo poznat iznos dohotka u njegovu Kob-Daglasovu funkciju tražnje kao i cenu dobra 1 $p_1 = 1$:

$$x_A^1 = \frac{1}{3}\frac{m_A}{p_1} = \frac{1}{3}\frac{14+7\cdot p_2}{1} = \frac{14+7\cdot p_2}{3}.$$

Početno raspoloživa količina dobra 1 potrošača A iznosi ω_A^1=14.

Za potrošača B bruto tražnja za dobrom 1 je:

$$x_B^1 = \frac{1}{3}\frac{m_B}{p_1} = \frac{1}{3}\frac{71+10\cdot p_2}{1} = \frac{71+10\cdot p_2}{3}.$$

Početno raspoloživa količina dobra 1 potrošača B iznosi ω_B^1=71.

U ravnoteži važi da je zbir neto tražnji oba potrošača za dobrom 1 jednak nuli:

$$e_A^1 + e_B^1 = 0$$

$$e_A^1 = -e_B^1$$

$$x_A^1 - \omega_A^1 = \omega_B^1 - x_B^1 .$$

U poslednjoj jednačini zamenjujemo veličine koje smo ranije odredili:

$$\frac{14+7\cdot p_2}{3}-14=71-\frac{71+10\cdot p_2}{3}$$

$$\frac{14+7\cdot p_2}{3}+\frac{71+10\cdot p_2}{3}-85=0$$

$$\frac{85+17\cdot p_2}{3}=85$$

$$17\cdot p_2=170 \Rightarrow p_2=10.$$

29.5. Kao i u prethodnom zadatku, neto tražnja potrošača A za dobrom 1 je $e_A^1=x_A^1-\omega_A^1$ dok je neto tražnja potrošača B za dobrom 1 $e_B^1=x_B^1-\omega_B^1$. Potrošač A ima Kob-Daglasovu funkciju tražnje pa je njegova bruto tražnja za dobrom 1 $x_A^1=\frac{c}{c+d}\frac{m_A}{p_1}$. Potrošač B ima funkciju tražnje za savršene komplemente i njegova funkcija bruto tražnje je $x_B^1=\frac{m_B}{p_1+p_2}$, gde je m_B dohodak potrošača B.

Uzmimo da je cena dobra 1 numerator sistema, odnosno $p_1=1$. Obeležimo sa p_2 cenu dobra 2. Dohodak potrošača A je:

$$m_A=p_1x_1+p_2x_2=1\cdot 3+4\cdot p_2.$$

Dohodak potrošača B je:

$$m_B=p_1x_1+p_2x_2=1\cdot 7+6\cdot p_2.$$

U ravnoteži važi da je zbir neto tražnji oba potrošača za dobrom 1 nula:

$$e_A^1+e_B^1=0.$$

$$e_A^1=-e_B^1$$

$$x_A^1-\omega_A^1=\omega_B^1-x_B^1.$$

Zamenjujući poznate veličine dobijamo:

$$\frac{1}{2}\frac{3+4\cdot p_2}{p_1}-3=7-\frac{7+6\cdot p_2}{1+p_2}$$

$$\frac{3+4\cdot p_2}{2}+\frac{7+6\cdot p_2}{1+p_2}=10$$

$$1{,}5+2\cdot p_2+\frac{7+6\cdot p_2}{1+p_2}=10\ /\cdot(1+p_2)$$

$$(1{,}5+2\cdot p_2)\cdot(1+p_2)+7+6\cdot p_2=10+10\cdot p_2$$

$$1{,}5+1{,}5\cdot p_2+2\cdot p_2+2p_2^2-4p_2-3=0$$

$$2\cdot p_2^2-0{,}5\cdot p_2-1{,}5=0\ /\cdot 2$$

$$4\cdot p_2^2-p_2-3=0.$$

U poslednjem redu smo dobili kvadratnu jednačinu. Rešavajući kvadratnu jednačinu dobijamo rešenja za cenu dobra 2:

$$p_{2(1,2)}=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{8}=\frac{1\pm 7}{8}.$$

Jedno rešenje je $p_2=-\frac{3}{4}$. Ovo rešenje odbacujemo, jer cena ne može da bude negativna. Drugo rešenje daje pozitivnu cenu $p_2=1$.

29.6. Ugovorna kriva predstavlja geometrijsko mesto tačaka u kojima važi jednakost graničnih stopa supstitucije za dva potrošača. Imamo da je:

$$GSS_A=\frac{x_A^2}{x_A^1}\ \text{ i }\ GSS_B=3\cdot\frac{x_B^2}{x_B^1}.$$

Izjednačavanjem graničnih stopa supstitucije i zamenom $x_B^2=4-x_A^2$ i $x_B^1=6-x_A^1$ dobijamo:

$$\frac{x_A^2}{x_A^1}=\frac{3\cdot(4-x_A^2)}{6-x_A^1}\Rightarrow\frac{x_A^2}{4-x_A^2}=\frac{3\cdot x_A^1}{6-x_A^1}$$

$$\frac{4-x_A^2}{x_A^2}=\frac{6-x_A^1}{3\cdot x_A^1}$$

$$\frac{4}{x_A^2}-1=\frac{6-x_A^1}{3\cdot x_A^1}$$

$$\frac{4}{x_A^2}=\frac{6+2x_A^1}{3\cdot x_A^1}$$

$$x_A^2=\frac{12x_A^1}{6+2x_A^1}=\frac{6\cdot x_A^1}{3+x_A^1}.$$

Ugovorna kriva ima oblik $x_A^2=\frac{6\cdot x_A^1}{3+x_A^1}$.