Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Za funkciju gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} cx(x+2y), & 0<x<1, 0<y<6 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   ispitati nezavisnost slučajnih veličina X i Y.

2. Slučajna veličina X ima binomnu raspodelu:

$$f_X(x)=\begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, & x=0,1,\dots,n \\ 0, & inače \end{cases}$$

   i važi $p \geq 0, p+q=1$. Slučajna promenljiva Y ima istu raspodelu kao X i nezavisna je od nje. Odrediti funkciju verovatnoće slučajne promenljive $Z=X+Y$.

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive X iz normalne $N(0,1)$ raspodele.

4. Koliko uzorak treba uzeti iz normalne $N(m,400)$ raspodele, da bi sa verovatnoćom 0,9556 moglo da se tvrdi da se uzoračka sredina $\bar{X}_n$ i sredina m razlikuju za manje od 0,5.

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Za funkciju gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} axy, & 0\le x\le y, 0<y<2,\\ 0, & inače\end{cases}$$

Odrediti uslovne gustine $f_{X|Y=y}(x)$ i $f_{Y|X=x}(y)$.

2. Slučajni vektor (X,Y) ima funkciju gustine:

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)}, & x>0, y>0\\ 0, & inače\end{cases}$$

Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive $Z=X-Y$.

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive X iz binomne $B(5;0{,}5)$ raspodele.

4. Masa jednog proizvoda je normalna slučajna veličina sa sredinom m i varijansom σ^2. Uzet je uzorak od 17 proizvoda, za koji je dobijeno da je $\bar{S}_n^2=0{,}16$. Naći verovatnoću da je razlika između uzoračke sredine $\bar{X}_n$ i sredine m veća od 0,2583

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):
   $$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} axy, & 0 \le x \le y, 0 < y < 2 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   proveriti da li su X i Y nezavisne slučajne veličine.

2. Slučajni vektor (X,Y) ima funkciju gustine: $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2e^{-(x+y)}, & 0 \le y \le x < +\infty \\ 0, & inače \end{cases}$

   Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive $Z = X + Y$.

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive X iz normalne $N(6; 9)$ raspodele.

4. Odrediti $P\{0 < \bar{S}_n^2 < 13{,}2\}$, gde je $\bar{S}_n^2$ varijansa slučajnog uzorka od 20 elemenata iz normalne raspodele sa varijansom 12.

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike, 7.4.2017.

III grupa

1. Data je funkcija raspodele dvodimenzionalne prekidne slučajne promenljive (X,Y):

$$F_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 0, & x < -2 \vee y < -2 \\ \frac{1}{3}, & -2 \le x < 2 \wedge -2 \le y < 2 \\ \frac{3}{4}, & x \ge 2 \wedge -2 \le y < 2 \\ \frac{3}{4}, & -2 \le x < 2 \wedge y \ge 2 \\ 1, & x \ge 2 \wedge y \ge 2 \end{cases}$$

   a) Odrediti marginalne funkcije raspodela $F_X(x)$ i $F_Y(y)$.
   b) Odrediti: $P\{X < 0; 1 < Y < 3\}$

2. Gustina raspodele slučajne promenljive X data je sa:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$$

   Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive $Y = X^2$.

3. Iz dve nezavisne normalne raspodele sa varijansama $\sigma_1^2 = 1.16$ i $\sigma_2^2 = 10.41$, uzeta su dva nezavisna uzorka sa $n_1 = 10$ i $n_2 = 13$. Odrediti verovatnoću da je uzoračka varijansa drugog uzorka bar 4 puta veća od uzoračke varijanse prvog uzorka

4. Iz U(0,1) raspodele uzet je prost slučajan uzorak obima n. Odrediti $E\left(X_{(n)}^k\right)$.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017

I grupa

1. Populacija ima raspodelu $X:\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{\theta}{2} & \theta & \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$ Metodom momenata naći ocenu parametra θ. Ispitati nepristrasnost i postojanost ocene.

2. Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra θ, na osnovu uzorka obima n iz raspodele čija je funkcija gustine: $f(x,\alpha,\theta)=\frac{\theta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\theta x}, x>0$, gde je $\alpha>0,\theta>0,$ α −poznati parametar.

3. Koliko uzorak treba uzeti iz normalne $N(m,40^2)$ raspodele, da bi sa verovatnoćom 0,98 moglo da se tvrdi da se uzoračka sredina $\bar{X}_n$ i sredina m razlikuju za manje od 10.

4. Neka je funkcija gustine data sa $f(x,\theta)=\theta e^{-\theta x}, x>0, \theta>0$. Odrediti najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteza:
$H_0: \theta=1$
$H_1: \theta<1.$

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017

II grupa

1. Ako je $X_1, X_2, \dots, X_n$ uzorak iz $U(0,\theta), \theta > 0$. Ispitati nepristrasnost sledećih ocena: $2x_i, 2\bar{x}_n$ i x_i^2.

2. Metodom momenata naći ocenu parametra θ, na osnovu uzorka obima n, iz raspodele sa gustinom: $f(x,\theta) = e^{-(x-\theta)}, x \geq \theta > 0$.

3. Odrediti 98% dvostrani interval poverenja za sredinu iz normalne raspodele N(m,1600), za uzorak obima 100 i dobijenu uzoračku sredinu koja iznosi 52.

4. Neka je familija dopustivih funkcija $\{E(\theta), \theta > 0\}$. Odrediti najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteza:
   $H_0: \theta = \theta_0$
   $H_1: \theta = \theta_1, \theta_0 > \theta_1$.

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017

III grupa

1. Odrediti donju granicu za varijansu nepristrasne ocene parametra θ iz Rao-Kramerove nejednakosti za $P(\theta), \theta > 0$.

2. Metodom momenata naći ocenu parametra θ, za raspodelu: $f(x,\theta) = \frac{1}{\theta+2} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$.

3. Odrediti 90% interval poverenja za količnik varijansi $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$, uzoraka obima 8, ukoliko je poznato: $\bar{s}_{n1}^* = 6{,}865, \bar{s}_{n2}^* = 5{,}0523$.

4. Obeležje X ima raspodelu sa gustinom: $f(x,\theta) = \theta e^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$. Na osnovu uzorka obima 100 i nivoa značajnosti od 5%, odrediti kritičnu oblast za testiranje:
   $H_0: \theta = 1$
   $H_1: \theta = \frac{1}{2}$
   i izračunati verovatnoću greške druge vrste.

Ispitni rok jun 2016

I grupa

1. Data je raspodela dvodimenzionalne slučajne promenljive (X, Y)

Y/X	0	1	2
0	0,1	0	0,2
1	P	0,3	0,1

Odrediti p i naći marginalne raspodele za X i Y i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka je $f(x,\theta) = \begin{cases} \frac{ax^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta \\ 0, & inače \end{cases}$

odrediti:

a) konstantu *a*

b) metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra θ na osnovu uzorka obima *n*, ispitati nepristrasnost dobijene ocene

c) naći jednu nepristrasnu ocenu za θ i ispitati njenu postojanost.

3. Obeležje populacije X ima gustinu $f(x,\theta) = \theta \cdot ln2 \cdot 2^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$. Naći najbolju kritičnu oblast za test hipoteze $H_0: \theta = 1$, naspram $H_1: \theta = 2$, za $\alpha = 0{,}05, n = 100$.

4. Dali su 2 uzorka iz 2 populacije sa N rasporedom sa istom varijansom i matematičkim očekivanjem m_1 i m_2:

56, 44, 44, 46, 47, 38, 58, 41, 30, 46, 35, 49,53

39, 51, 57, 41, 42, 39, 32, 29, 40, 47, 55, 35

a) Naći dvostrani interval 95% za $m_1 - m_2$

b) Testirati $H_0: m_1 = m_2$, protiv alternativne hipoteze $H_1: m_1 \neq m_2$

c) Testirati $H_0: m_1 = m_2$, protiv alternativne hipoteze $H_1: m_1 > m_2$

5. Primenom χ^2 testa za $\alpha = 0{,}05$ ispitati saglasnost iz uzorka sa N raspodelom:

[1,3]	[3,5]	[5,7]	[7,9]	[9,11]
2	3	7	11	7

Ispitni rok jun 2016

II grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} axy, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & inače \end{cases}$$

Odrediti:

a) konstantu a;

b) Ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Data je slučajna promenljiva X sa raspodelom $U(0,\theta)$.

a) Odrediti metodom momenata ocenu parametra θ

b) Metodom maksimalne verodostojnosti naći nepristrasnu ocenu parametra θ

c) Koja od ove dve ocene je efikasnija?

3. Neka obeležje X populacije ima raspodelu

$$p(k,\theta) = P\{X = k\} = \theta^k(1-\theta)^{1-k}, x > 0, \theta > 0.$$

Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje $H_0: \theta = \frac{1}{4}$, naspram $H_1: \theta = \frac{1}{3}$. Da li postoji uniformno najmoćniji test za $H_0: \theta = \frac{1}{4}$, naspram $H_1: \theta < \frac{1}{4}$.

4. Merenjem vremena (u minutima) potrebnog za izradu predmeta primenom dva tehnološka procesa, dobijeno je:

57, 120, 101, 137, 119, 117, 104, 73, 53, 68, 118;

89, 30, 82, 50, 39, 22, 57, 32, 96, 31, 88.

Testirati hipotezu da su disperzije potrebnih vremena jednake, sa pragom značajnosti $\alpha = 0{,}10$.

5. Isti kao u knjizi 7.5 (Kolmogorov).

Ispit iz teorijske statistike – januar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

   $$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Odrediti:

   a) konstantu *a;*

   b) marginalne funkcije gustine

   c) uslovne funkcije gustine i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Isti kao u knjizi (zadatak 5.7, strana 138)

3. Primenom testa Kolmogorova proveriti na nivou značajnosti od 0,05da li je uzorak u saglasnosti sa $N(32; 3{,}24)$.

   31; 31,4; 33,3; 33,4; 33,5; 33,7; 34,4; 34,9; 36,2

4. Dati su uzorci:
   I: 3 5 7 10 4 6 7
   II: 5 6 18 22 10 12 4
   Uzorci su iz dve populacije sa varijansama $\sigma_1^2 = 9$ i $\sigma_2^2 = 25$. Testirati hipotezu da je zbir prosečnih prinosa kukuruza ova dva skupa 20.

5. Neka je $F(x,\theta) = \begin{cases} 1 - e^{\theta - x}, & x \geq \theta \\ 0, & inače \end{cases}$

   a) metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra θ na osnovu uzorka obima *n*.

   b) ispitati nepristrasnost i postojanost dobijene ocene

Ispit iz teorijske statistike – februar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1+xy}{4}, & |x| < 1, |y| < 1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Ispitati nezavisnost slučajnih promenljivih X i Y.
2. Isti kao u knjizi (zadatak 3.3, strana 68)
3. Ako je raspodela populacije: $X\colon B(m,p)$, gde je $0 \leq p \leq 1$ nepoznati parametar, a $m \geq 1$ poznati, metodom momenata naći ocenu parametra p .
4. Primer 5.28 iz knjige (30 porodica, štednja)
5. Na osnovu uzorka obima n=74 sa pragom značajnosti $\alpha = 0{,}02$ testirati hipotezu da obeležje populacije X ima gustinu:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

S_n	[0,1/4)	[1/4,1/2)	[1/2,3/4)	[3/4,1)
M_k	6	18	20	30

Ispit iz teorijske statistike

-jul 2017-

1. Novčić se baca 3 puta. Ukoliko u sva 3 bacanja padne ista strana, izvodi se još jedno dodatno. Opiši prostor elementarnih ishoda Ω i naći raspodelu slučajnog vektora (X,Y) gde je X-broj palih grbova, a Y-broj bacanja. Naći raspodelu koord. X i Y i ispitati nezavisnost.

2. Neka je $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ slučajan uzorak iz normalne $N(m, \sigma^2)$ raspodele. Uporediti srednje kvadratne greške sledećih ocena za σ^2 :
$\bar{S}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2, \bar{S}_n^{*2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$
($MSE(T) = E_\theta(T-\theta)^2$).

3. Ako je funkcija gustine $f(x,\theta) = \frac{\theta}{x^2}, x > \theta, \theta > 0$, naći metodom maksimalne verodostojnosti najbolju ocenu parametra θ. Ispitati nepristrasnost i postojanost dobijene ocene.

4. Obeležje X date populacije ima gustinu $f(x,\theta) = \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$.
a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0\!: \theta = 1$ protiv $H_1\!: \theta > 1$.
b) Ako je n=100, α=0,05, $H_1\!: \theta = 2$, naći verovatnoću greške II vrste β.

5. Neki zadatak iz neparametarskih metoda

Ispit iz teorijske statistike – septembar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

   $$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} a(2xy+2x+y+1), & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Odrediti:

   a) konstantu *a;*

   b) marginalne funkcije gustine

   c) uslovne funkcije gustine i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka su Y_1, Y_2, Y_3 uređene statistike slučajnog uzorka od 3 elementa i

   $$f(x)=\begin{cases} 2x, 0\le x\le 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

   Odrediti $P\{Y_1\ge u\}, P\left\{Y_3<\frac{1}{2}\right\}$. (u-medijana)

3. Neka je $f(x,\lambda,\theta)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}, & x\ge\theta, \lambda>0 \\ 0, & inače \end{cases}$

   Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocene nepoznatih parametara $\lambda\ i\ \theta$ na osnovu uzorka obima *n*.

4. Obeležje X ima $N(0,\sigma^2)$ raspodelu.

   a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0{:}\,\sigma^2=1$ protiv $H_1{:}\,\sigma^2=4$.

   b) Ako je n=10, α=0,05, naći verovatnoću greške II vrste β.

5. U uzorku su dobijenI sledeći podaci o broju klijenata usluženih u 5 radnih dana: 60, 73, 48, 56, 78. Ispitati pomoću Pirsonovog χ^2 na nivou značajnosti od 5% da li je srednji broj usluženih lica isti u 5 radnih dana.

Ispit iz teorijske statistike – oktobar 2 2017

1. Iz 2 normalne raspodele uzeta su dva slučajna uzorka $n_1 = 5, n_2 = 10$. Ako je $\sigma_1^2 = 10$, naći σ_2^2, ako je $P(\bar{S}_1^2 > 3\bar{S}_2^2) = 0{,}05$.
2. $X \sim N(2, \sigma^2), n = 10, \sum_1^{10}(x_i - 2)^2 = 0{,}5$. Testirati hipoteze $H_0: \sigma^2 = 0{,}03, H_1: \sigma^2 > 0{,}03$ na nivou značajnosti 0,05.
3. Izračunati 90% interval poverenja za m iz $X \sim N(m, 9)$ ako je uzorak: 2,3,1,5,3,6,5,2,4,3.

4. Uzorak x_1, x_2, x_3, x_4 ima raspodelu $N(m, \sigma^2)$ i $\widehat{m}_1 = \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_4$, $\widehat{m}_2 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{8}x_2 + \frac{1}{8}x_3 + \frac{1}{4}x_4$. Ispitati da li su ocene nepristrasne i koja je efikasnija?

5. Test Kolmogorova, nivo značajnosti 0,1. Ispitati da li je uzorak 2,3; 3,2; 5; 7,5 iz $U[2,10]$ raspodele.

Ispit iz teorijske statistike – novembar 2017

1. Neka su $X \sim N(0,1)$ i $Y \sim N(0,1)$ nezavisne slučajne promenljive. Naći zakon raspodele slučajne promenljive $Z = \frac{X}{Y}$.
2. Ako su Y_1, Y_2 statistike poretka uzorka obima 2, iz $U(a, b)$, odrediti $E(Y_1)$
3. Ako je $X_1, X_2, \dots, X_n$ uzorak iz populacije sa gustinom: $f(x,\theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1,\ \theta > 0$, odrediti dovoljnu statistiku za parametar θ.
4. Obeležje X date populacije ima gustinu $f(x,\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$.

   a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \theta = 1$ protiv $H_1: \theta > 1$.

   b) Ako je n=100, α=0,05, $H_1: \theta = 2$, naći verovatnoću greške II vrste β.
5. Obeležje X je broj automobila koji u nekom vremenu prođu kroz jedan presek puta. U 200 merenja konstatovano je sledeće:

Broj aut. x_k	0	1	2	3	4
Broj merenja M_k	109	65	22	3	1

Sa nivoom značajnosti $\alpha = 0{,}01$ primenom χ^2 testa testirati hipotezu da X ima Puasonovu raspodelu.

Ispitni rok jun 2018

I grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):
   $$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} axy, & 0<x<1, 0<y<2 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Odrediti:

   a) konstantu *a;*

   b) Ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Data je slučajna promenljiva X sa raspodelom $U(0,\theta)$.

   a) Odrediti metodom momenata ocenu parametra θ

   b) Metodom maksimalne verodostojnosti naći nepristrasnu ocenu parametra θ

   c) Koja od ove dve ocene je efikasnija?

3. Neka obeležje X populacije ima raspodelu
   $$p(k,\theta)=P\{X=k\}=\theta^k(1-\theta)^{1-k}, x>0, \theta>0.$$
   Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje $H_0: \theta=\frac{1}{4}$, naspram $H_1: \theta=\frac{1}{3}$. Da li postoji uniformno najmoćniji test za $H_0: \theta=\frac{1}{4}$, naspram $H_1: \theta<\frac{1}{4}$.

4. Merenjem vremena (u minutima) potrebnog za izradu predmeta primenom dva tehnološka procesa, dobijeno je:

   57, 120, 101, 137, 119, 117, 104, 73, 53, 68, 118;

   89, 30, 82, 50, 39, 22, 57, 32, 96, 31, 88.

   Testirati hipotezu da su disperzije potrebnih vremena jednake, sa pragom značajnosti $\alpha=0{,}10$.

5. Isti kao u knjizi 7.5 (Kolmogorov). (Kocka je bacana 15 puta ...).

Ispit iz teorijske statistike – jun 2018

II grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} a(2xy+2x+y+1), & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

Odrediti:

a) konstantu *a;*

b) marginalne funkcije gustine

c) uslovne funkcije gustine i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka su Y_1, Y_2, Y_3 uređene statistike slučajnog uzorka od 3 elementa i

$$f(x)=\begin{cases} 2x, 0\le x\le 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

Odrediti $P\{Y_1 \ge u\}, P\left\{Y_3 < \frac{1}{2}\right\}$. (u-medijana)

3. Neka je $f(x,\lambda,\theta)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}, & x\ge\theta, \lambda>0 \\ 0, & inače \end{cases}$

Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocene nepoznatih parametara $\lambda\ i\ \theta$ na osnovu uzorka obima *n*.

4. Obeležje X ima $N(0,\sigma^2)$ raspodelu.

a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \sigma^2 = 1$ protiv $H_1: \sigma^2 = 4$.

b) Ako je n=10, α=0,05, naći verovatnoću greške II vrste β.

5. U uzorku su dobijene sledeći podaci o broju klijenata usluženih u 5 radnih dana: 60, 73, 48, 56, 78. Ispitati pomoću Pirsonovog χ^2 na nivou značajnosti od 5% da li je srednji broj usluženih lica isti u 5 radnih dana.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispitni rok jul 2018

I grupa

1. Data je raspodela dvodimenzionalne slučajne promenljive (X, Y)

Y/X	0	1	2
0	0,1	0	0,2
1	P	0,3	0,1

   Odrediti p i naći marginalne raspodele za X i Y i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka je $f(x,\theta) = \begin{cases} \frac{ax^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta \\ 0, & inače \end{cases}$

   odrediti:

   a) konstantu *a*

   b) metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra θ na osnovu uzorka obima *n*, ispitati nepristrasnost dobijene ocene

   c) naći jednu nepristrasnu ocenu za θ i ispitati njenu postojanost.

3. Obeležje populacije X ima gustinu $f(x,\theta) = \theta \cdot ln2 \cdot 2^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$. Naći najbolju kritičnu oblast za test hipoteze $H_0: \theta = 1$, naspram $H_1: \theta = 2$, za $\alpha = 0{,}05, n = 100$.

4. Dali su 2 uzorka iz 2 populacije sa N rasporedom sa istom varijansom i matematičkim očekivanjem m_1 i m_2:

   56, 44, 44, 46, 47, 38, 58, 41, 30, 46, 35, 49,53

   39, 51, 57, 41, 42, 39, 32, 29, 40, 47, 55, 35

   a) Naći dvostrani interval 95% za $m_1 - m_2$

   b) Testirati $H_0: m_1 = m_2$, protiv alternativne hipoteze $H_1: m_1 \neq m_2$

   c) Testirati $H_0: m_1 = m_2$, protiv alternativne hipoteze $H_1: m_1 > m_2$

5. Primenom χ^2 testa za $\alpha = 0{,}05$ ispitati saglasnost iz uzorka sa N raspodelom:

[1,3]	[3,5]	[5,7]	[7,9]	[9,11]
2	3	7	11	7

Ispit iz teorijske statistike – septembar 2018

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Odrediti:

   a) konstantu *a;*

   b) marginalne funkcije gustine

   c) uslovne funkcije gustine i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka je $(X_1, X_2, \dots, X_{10})$ prost slučajan uzorak iz populacije sa obeležjem X koje ima $P(\theta)$. Metodom maksimalne verodostojnosti na osnovu raspodele slučajne promenljive $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_{10}$, naći ocenu θ i ispitati osobine.

3. Obeležje X date populacije ima gustinu $f(x,\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$.

   a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \theta = 1$ protiv $H_1: \theta > 1$.

   b) Ako je n=100, α=0,10, $H_1: \theta = 1{,}5$, naći verovatnoću greške II vrste β.

4. Baca se numerisana kocka 96 puta da bi se proverila ispravnost:

Broj koji je pao	1	2	3	4	5	6
Broj pojava	12	17	14	18	8	17

Sa α=0,05 pomoću χ^2 testa testirati hipotezu da je kocka ispravna.

Ispit iz teorijske statistike – oktobar 2018

1. Ako slučajna promenljiva T ima t_n raspodelu, pokazati da slučajna promenljiva T^2 ima F(1,n) raspodelu.

2. Obeležje X ima binomnu $B(m,\theta)$ raspodelu. Na osnovu slučajnog uzorka obima n odrediti jednu dovoljnu statistiku za nepoznat parametar θ. Da li je $\frac{\bar{X}_n}{m}$ dovoljna statistika za θ?

3. a) Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra θ, na osnovu uzorka obima n iz raspodele čija je funkcija gustine: $f(x,\theta) = \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(lnx-ln\theta)^2}{2\sigma^2}}$, θ −nepoznati parametar.
   b) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \theta = 1$ protiv $H_1: \theta > 1$.

4. Merenjem prinosa pšenice na dve parcele (u mc/ha), primenom dve vrste veštačkog đubriva, dobijeno je:
   đubrivo A: 57, 53, 39, 36, 39, 12, 24, 33, 34, 29
   đubrivo B: 53, 44, 11, 19, 32, 31, 19, 24, 30, 30
   Sa nivoom značajnosti $\alpha = 0{,}05$ testirati hipotezu da su varijanse prinosa jednake, protiv alternativne da su prinosi kod đubriva B homogeniji.

5. Na osnovu uzorka obima n=74 sa pragom značajnosti $\alpha = 0{,}02$ testirati hipotezu da obeležje populacije X ima gustinu:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, 0 \le x \le 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

S_n	[0,1/4)	[1/4,1/2)	[1/2,3/4)	[3/4,1)
M_k	6	18	20	30

Ispit iz teorijske statistike – novembar 2018

1. Odrediti regresionu pravu Y po X (Y u zavisnosti od X), ako je:

$$f(x) = \begin{cases} 15x^2y, 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

2. Neka je $X_1, X_2, \ldots, X_n$ prost slučajni uzorak iz Puasonove raspodele $P(\lambda)$. Dokazati da je $T = \sum X_k$ dovoljna statistika za parametar λ pomoću Teoreme o faktorizaciji.

3. Slučajna promenljiva X ima Bernulijevu raspodelu sa gustinom raspodele:
$$f(x) = (2 * \theta)^x * (1 - 2 * \theta)^{1-x}, \qquad x = 0,1$$
Na osnovu uzorka od n elemenata naći ocenu maksimalne verodostojnosti parametra θ i ispitati da li je ocena nepristrasna i postojana.

4. Otpornost žice je normalna slučajna promenljiva sa nepoznatom sredinom m i nepoznatom varijansom σ^2. Da bi se ispitalo da li je varijansa otpornosti žice tipa A veća od varijanse otpornosti žice tipa B pet puta je meren otpor žice tipa A i sedam puta otpor žice tipa B. Dobijene su ispravljene uzoračke varijanse $\widetilde{S_A^2} = 0{,}004, \widetilde{S_B^2} = 0{,}002$. Sa nivoom značajnosti 0,05 testirati $H_0: {\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2$ protiv $H_1: {\sigma_1}^2 > {\sigma_2}^2$.

5. Koristeći test Kolmogorov-Smirnova, sa nivoom značajnosti 0,05 odrediti da li su uzorci: 3.7, 4.2, 1.3, 5.6 i 2.1, 2.7, 5.2, 2.4, 3 uzeti iz iste raspodele.