

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Za funkciju gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} cx(x + 2y), & 0 < x < 1, 0 < y < 6 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

ispitati nezavisnost slučajnih veličina  $X$  i  $Y$ .

2. Slučajna veličina  $X$  ima binomnu raspodelu:

$$f_X(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, & x = 0, 1, \dots, n \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

i važi  $p \geq 0, p + q = 1$ . Slučajna promenljiva  $Y$  ima istu raspodelu kao  $X$  i nezavisna je od nje. Odrediti funkciju verovatnoće slučajne promenljive  $Z = X + Y$ .

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive  $X$  iz normalne  $N(0,1)$  raspodele.
4. Koliko uzorak treba uzeti iz normalne  $N(m, 400)$  raspodele, da bi sa verovatnoćom 0,9556 moglo da se tvrdi da se uzoračka sredina  $\bar{X}_n$  i sredina  $m$  razlikuju za manje od 0,5.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Za funkciju gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} axy, & 0 \leq x \leq y, 0 < y < 2, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti uslovne gustine  $f_{X|Y=y}(x)$  i  $f_{Y|X=x}(y)$ .

2. Slučajni vektor  $(X,Y)$  ima funkciju gustine:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive  $Z = X - Y$ .

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive  $X$  iz binomne  $B(5; 0,5)$  raspodele.

4. Masa jednog proizvoda je normalna slučajna veličina sa sredinom  $m$  i varijansom  $\sigma^2$ . Uzet je uzorak od 17 proizvoda, za koji je dobijeno da je  $\bar{S}_n^2 = 0,16$ . Naći verovatnoću da je razlika između uzoračke sredine  $\bar{X}_n$  i sredine  $m$  veća od 0,2583

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} axy, & 0 \leq x \leq y, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

proveriti da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne veličine.

2. Slučajni vektor  $(X,Y)$  ima funkciju gustine:  $f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+y)}, & 0 \leq y \leq x < +\infty \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$

Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive  $Z = X + Y$ .

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive  $X$  iz normalne  $N(6; 9)$  raspodele.
4. Odrediti  $P\{0 < \bar{S}_n^2 < 13,2\}$ , gde je  $\bar{S}_n^2$  varijansa slučajnog uzorka od 20 elemenata iz normalne raspodele sa varijansom 12.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike, 7.4.2017.

III grupa

1. Data je funkcija raspodele dvodimenzionalne prekidne slučajne promenljive (X,Y):

$$F_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 0, & x < -2 \vee y < -2 \\ \frac{1}{3}, & -2 \leq x < 2 \wedge -2 \leq y < 2 \\ \frac{3}{4}, & x \geq 2 \wedge -2 \leq y < 2 \\ \frac{3}{4}, & -2 \leq x < 2 \wedge y \geq 2 \\ 1, & x \geq 2 \wedge y \geq 2 \end{cases}$$

a) Odrediti marginalne funkcije raspodela  $F_X(x)$  i  $F_Y(y)$ .

b) Odrediti:  $P\{X < 0; 1 < Y < 3\}$

2. Gustina raspodele slučajne promenljive X data je sa:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive  $Y = X^2$ .

3. Iz dve nezavisne normalne raspodele sa varijansama  $\sigma_1^2 = 1.16$  i  $\sigma_2^2 = 10.41$ , uzeta su dva nezavisna uzorka sa  $n_1 = 10$  i  $n_2 = 13$ . Odrediti verovatnoću da je uzoračka varijansa drugog uzorka bar 4 puta veća od uzoračke varijanse prvog uzorka
4. Iz  $U(0,1)$  raspodele uzet je prost slučajan uzorak obima n. Odrediti  $E(X_{(n)}^k)$ .

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017

I grupa

1. Populacija ima raspodelu  $X: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{\theta}{2} & \theta & \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$  Metodom momenata naći ocenu parametra  $\theta$ .  
Ispitati nepristrasnost i postojanost ocene.
2. Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra  $\theta$ , na osnovu uzorka obima  $n$  iz raspodele čija je funkcija gustine:  $f(x, \alpha, \theta) = \frac{\theta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\theta x}$ ,  $x > 0$ , gde je  $\alpha > 0$ ,  $\theta > 0$ ,  $\alpha$  – poznati parametar.
3. Koliko uzorak treba uzeti iz normalne  $N(m, 40^2)$  raspodele, da bi sa verovatnoćom 0,98 moglo da se tvrdi da se uzoračka sredina  $\bar{X}_n$  i sredina  $m$  razlikuju za manje od 10.
4. Neka je funkcija gustine data sa  $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$ ,  $x > 0$ ,  $\theta > 0$ . Odrediti najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteza:  
 $H_0: \theta = 1$   
 $H_1: \theta < 1$ .

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017

II grupa

1. Ako je  $X_1, X_2, \dots, X_n$  uzorak iz  $U(0, \theta)$ ,  $\theta > 0$ . Ispitati nepristrasnost sledećih ocena:  $2x_i$ ,  $2\bar{x}_n$  i  $x_i^2$ .
2. Metodom momenata naći ocenu parametra  $\theta$ , na osnovu uzorka obima  $n$ , iz raspodele sa gustinom:  $f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}$ ,  $x \geq \theta > 0$ .
3. Odrediti 98% dvostrani interval poverenja za sredinu iz normalne raspodele  $N(m, 1600)$ , za uzorak obima 100 i dobijenu uzoračku sredinu koja iznosi 52.
4. Neka je familija dopustivih funkcija  $\{E(\theta), \theta > 0\}$ . Odrediti najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteza:  
 $H_0: \theta = \theta_0$   
 $H_1: \theta = \theta_1, \theta_0 > \theta_1$ .

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017

III grupa

1. Odrediti donju granicu za varijansu nepristrasne ocene parametra  $\theta$  iz Rao-Kramerove nejednakosti za  $P(\theta)$ ,  $\theta > 0$ .
2. Metodom momenata naći ocenu parametra  $\theta$ , za raspodelu:  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta+2} e^{-\frac{x}{\theta}}$ ,  $x > 0, \theta > 0$ .
3. Odrediti 90% interval poverenja za količnik varijansi  $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ , uzoraka obima 8, ukoliko je poznato:  $\bar{s}_{n1}^* = 6,865, \bar{s}_{n2}^* = 5,0523$ .
4. Obeležje  $X$  ima raspodelu sa gustinom:  $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$ ,  $x > 0, \theta > 0$ . Na osnovu uzorka obima 100 i nivoa značajnosti od 5%, odrediti kritičnu oblast za testiranje:  
 $H_0: \theta = 1$   
 $H_1: \theta = \frac{1}{2}$   
i izračunati verovatnoću greške druge vrste.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Popravni kolokvijum iz teorijske statistike

1. Za funkciju gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{a^2}{2} y e^{-a|x|}, & -\infty < x < +\infty, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti marginalne gustine  $f_X(x)$  i  $f_Y(y)$ .

2. Ako je  $X_1, X_2, \dots, X_n$  uzorak iz populacije sa gustinom:  $f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$ , odrediti dovoljnu statistiku za parametar  $\theta$ .
3. Za slučajnu promenljivu sa gustinom:  $f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$ , naći najmoćniji test za testiranje  $H_0: \theta = \theta_0$ , naspram  $H_1: \theta = \theta_1$ , za  $\theta_1 > \theta_0$ .
4. Iz dve nezavisne raspodele, sa varijansama  $\sigma_1^2 = 7,35$  i  $\sigma_2^2 = 16$ , uzeta su dva nezavisna uzorka sa  $n_1 = 2$  i  $n_2 = 21$ . Odrediti verovatnoću da je korigovana varijansa prvog uzorka 2 puta veća od korigovane varijanse drugog uzorka.



Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Popravni kolokvijum iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X, Y)$ :

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{20} x(x + 2y), & 0 < x \leq 1, 0 < y < 6 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

proveriti da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne veličine.

2. Odrediti  $P\{5 < S_n^{*2} < 10\}$ , gde je  $S_n^{*2}$  varijansa slučajnog uzorka od 10 elemenata sa nepoznatom sredinom iz normalne raspodele sa varijansom 5.
3. Ispitati da li je ocena  $\bar{X}_n^2$  nepristrasna ocena parametra  $m^2$  kod  $N(m, \sigma^2)$  raspodele.
4. Metodom momenata odrediti ocenu parametra  $\theta$  u raspodeli:

$$X: \left( \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ \frac{2(1-\theta)}{2-\theta} & \frac{\theta}{2-\theta} \end{array} \right)$$

5. Na slučajan način izdvojeno je 10 stanovnika grada X i 12 stanovnika grada Y. Izmerene su njihove težine i dobijeni sledeći rezultati:

X: 80, 75, 77, 92, 107, 101, 69, 88, 82, 95

Y: 97, 95, 80, 85, 97, 96, 110, 115, 100, 90, 86, 73

Ako težina slučajno izabrane osobe ima  $N(m, \sigma^2)$  raspodelu, sa nivoom značajnosti 0,05 testirati hipotezu da su srednje težine stanovnika gradova X i Y jednake, protiv alternativne da je srednja težina stanovnika grada Y veća. Poznato je da su varijanse međusobno jednake,  $\sigma^2 = 25$ .

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Popravni kolokvijum iz teorijske statistike  
-avgust 2017-

1. Metodom maksimalne verodostojnosti odrediti ocenu parametra  $\theta_1$  i  $\theta_2$  iz raspodele sa gustinom:  $f(x, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{\theta_2-x}{\theta_1}}, x \geq \theta_2$ .

2. Ako je funkcija gustine dvodimenzionalne slučajne promenljive:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 10x^2y, & 0 \leq y < x < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Naći marginalne funkcije gustine.

3. Ako je funkcija gustine slučajne promenljive X, data sa:

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Ako je  $Y = 2X^2 + 1$ , naći  $V(Y)$ .

4. Iz dve nezavisne normalne raspodele sa jednakim aritmetičkim sredinama i varijansama  $\sigma_1^2 = 24$  i  $\sigma_2^2 = 56$ , uzeta su dva nezavisna uzorka sa  $n_1 = 20$  i  $n_2 = 20$ . Odrediti verovatnoću da se aritmetičke sredine dva uzorka razlikuju za manje od 2,5.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Ispit iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti:

- konstantu  $a$ ;
  - marginalne funkcije gustine
  - uslovne funkcije gustine i ispitati da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive.
2. Neka je  $\{U(0, \theta), \theta \in (0, \infty)\}$  familija dopustivih raspodela obeležja populacije.
- Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra  $\theta$ .
  - Ispitati nepristrasnost i postojanost dobijene ocene.
  - Naći nepristrasnu ocenu za  $\theta$  kao funkciju ocene dobijene metodom maksimalne verodostojnosti.
3. Obeležje  $X$  ima binomnu  $B(m, \theta)$  raspodelu. Na osnovu slučajnog uzorka obima  $n$  odrediti jednu dovoljnu statistiku za nepoznat parametar  $\theta$ . Da li je  $\frac{\bar{x}_n}{m}$  dovoljna statistika za  $\theta$ ?
4. Merenjem prinosa pšenice na dve parcele (u mc/ha), primenom dve vrste veštačkog đubriva, dobijeno je:  
 đubrivo A: 57, 53, 39, 36, 39, 12, 24, 33, 34, 29  
 đubrivo B: 53, 44, 11, 19, 32, 31, 19, 24, 30, 30  
 Sa nivoom značajnosti  $\alpha = 0,05$  testirati hipotezu da su varijanse prinosa jednake, protiv alternativne da su prinosi kod đubriva B homogeniji.
5. Na osnovu rezultata testa inteligencije učenika jedne škole dobijeni su podaci:

IQ	(65,75)	(75,85)	(85,95)	(95,105)	(105,115)	(115,125)	(125,135)
A	1	2	10	12	14	11	3

Ispitati saglasnost dobijenih podataka sa normalnim zakonom raspodele primenom testa Kolmogorova za  $\alpha = 0,01$ .

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Ispit iz teorijske statistike

1. Slučajna veličina  $X$  ima  $U(1,2)$  raspodelu, a slučajna veličina  $Y$  ima gustinu  $f_Y(y) = 6y(1 - y), y \in [0,1]$ . Naći raspodelu slučajne veličine  $Z = X - Y$ .
2. Da li je statistika  $\frac{n+1}{n} Y_n$  postojana ocena parametra  $b$  u raspodeli obeležja populacije  $X \sim U(0, b)$ , ako je  $Y_n$  maksimum uzorka  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  iz date populacije.
3. Obeležje  $X$  ima binomnu  $B(m, \theta)$  raspodelu. Na osnovu slučajnog uzorka obima  $n$  odrediti jednu dovoljnu statistiku za nepoznat parametar  $\theta$ . Da li je  $\frac{\bar{X}_n}{m}$  dovoljna statistika za  $\theta$ ?
4. Za slučajnu promenljivu sa gustinom:  $f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$ , naći najmoćniji test za testiranje  $H_0: \theta = \theta_0$ , naspram  $H_1: \theta = \theta_1$ , za  $\theta_1 > \theta_0$ .
5. Na osnovu rezultata testa inteligencije učenika jedne škole dobijeni su podaci:

IQ	(65,75)	(75,85)	(85,95)	(95,105)	(105,115)	(115,125)	(125,135)
A	1	2	10	12	14	11	3

Ispitati saglasnost dobijenih podataka sa normalnim zakonom raspodele primenom testa Kolmogorova za  $\alpha = 0,01$ .

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispitni rok jun 2016

I grupa

1. Data je raspodela dvodimenzionalne slučajne promenljive  $(X, Y)$

Y/X	0	1	2
0	0,1	0	0,2
1	p	0,3	0,1

Odrediti p i naći marginalne raspodele za X i Y i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka je  $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{ax^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$

odrediti:

- konstantu  $a$
  - metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra  $\theta$  na osnovu uzorka obima  $n$ , ispitati nepristrasnost dobijene ocene
  - naći jednu nepristrasnu ocenu za  $\theta$  i ispitati njenu postojanost.
3. Obeležje populacije X ima gustinu  $f(x, \theta) = \theta \cdot \ln 2 \cdot 2^{-\theta x}$ ,  $x > 0, \theta > 0$ . Naći najbolju kritičnu oblast za test hipoteze  $H_0: \theta = 1$ , naspram  $H_1: \theta = 2$ , za  $\alpha = 0,05, n = 100$ .
4. Dali su 2 uzorka iz 2 populacije sa N rasporedom sa istom varijansom i matematičkim očekivanjem  $m_1$  i  $m_2$ :
- 56, 44, 44, 46, 47, 38, 58, 41, 30, 46, 35, 49, 53  
39, 51, 57, 41, 42, 39, 32, 29, 40, 47, 55, 35
- Naći dvostrani interval 95% za  $m_1 - m_2$
  - Testirati  $H_0: m_1 = m_2$ , protiv alternativne hipoteze  $H_1: m_1 \neq m_2$
  - Testirati  $H_0: m_1 = m_2$ , protiv alternativne hipoteze  $H_1: m_1 > m_2$
5. Primenom  $\chi^2$  testa za  $\alpha = 0,05$  ispitati saglasnost iz uzorka sa N raspodelom:
- |       |       |       |       |        |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| [1,3] | [3,5] | [5,7] | [7,9] | [9,11] |
| 2     | 3     | 7     | 11    | 7      |

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispitni rok jun 2016

II grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} axy, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti:

- konstantu  $a$ ;
  - Ispitati da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive.
2. Data je slučajna promenljiva  $X$  sa raspodelom  $U(0, \theta)$ .
- Odrediti metodom momenata ocenu parametra  $\theta$
  - Metodom maksimalne verodostojnosti naći nepristrasnu ocenu parametra  $\theta$
  - Koja od ove dve ocene je efikasnija?

3. Neka obeležje  $X$  populacije ima raspodelu

$$p(k, \theta) = P\{X = k\} = \theta^k (1 - \theta)^{1-k}, x > 0, \theta > 0.$$

Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje  $H_0: \theta = \frac{1}{4}$ , naspram  $H_1: \theta = \frac{1}{3}$ . Da li postoji uniformno najmoćniji test za  $H_0: \theta = \frac{1}{4}$ , naspram  $H_1: \theta < \frac{1}{4}$ .

4. Merenjem vremena (u minutima) potrebnog za izradu predmeta primenom dva tehnološka procesa, dobijeno je:

57, 120, 101, 137, 119, 117, 104, 73, 53, 68, 118;

89, 30, 82, 50, 39, 22, 57, 32, 96, 31, 88.

Testirati hipotezu da su disperzije potrebnih vremena jednake, sa pragom značajnosti  $\alpha = 0,10$ .

5. Isti kao u knjizi 7.5 (Kolmogorov).

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Ispit iz teorijske statistike

1. Isti kao u knjizi 3.3 strana 68.

2. Populacija ima raspodelu:  $X: \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ \frac{\theta}{2} & \theta & \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$ . Metodom momenata naći ocenu parametra  $\theta$ .  
Ispitati nepristrasnost i postojanost ocene.

3. Obeležje populacije ima Bernulijevu raspodelu:  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1-p & p \end{pmatrix}$ . Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra  $p$ . Ispitati osobine dobijene ocene.

4. Dati su uzorci:

I: 31,4 29,9 33,2 34,4 32,0 28,7 26,1 30,3

II: 27,0 32,3 30,4 28,0 26,5 25,5 29,6 27,2

Uzorci su iz dve populacije sa istim varijansama i matematičkim očekivanjem  $m_1$  i  $m_2$ .

a) Naći 95% dvostrani interval za  $m_1 - m_2$

b) Naći 90% interval za  $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ .

5. Merenjem vremena neprekidnih signala iz dva izvora A i B dobijeni su podaci:

intenzitet	1	2	3	4	5	6	7	8
Broj slučajnih izvora A	0	2	14	16	10	5	2	1
Broj slučajnih izvora B	2	6	18	14	6	3	1	0

Primenom Kolmogorov-Smirnova za  $\alpha = 0,01$  testirati hipotezu da oba imaju iste raspodele.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – januar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti:

- konstantu  $a$ ;
  - marginalne funkcije gustine
  - uslovne funkcije gustine i ispitati da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive.
2. Isti kao u knjizi (zadatak 5.7, strana 138)
3. Primenom testa Kolmogorova proveriti na nivou značajnosti od 0,05 da li je uzorak u saglasnosti sa  $N(32; 3,24)$ .

31; 31,4; 33,3; 33,4; 33,5; 33,7; 34,4; 34,9; 36,2

4. Dati su uzorci:

I: 3 5 7 10 4 6 7

II: 5 6 18 22 10 12 4

Uzorci su iz dve populacije sa varijansama  $\sigma_1^2 = 9$  i  $\sigma_2^2 = 25$ . Testirati hipotezu da je zbir prosečnih prinosa kukuruza ova dva skupa 20.

5. Neka je  $F(x, \theta) = \begin{cases} 1 - e^{\theta-x}, & x \geq \theta \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$

- metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra  $\theta$  na osnovu uzorka obima  $n$ .
- ispitati nepristrasnost i postojanost dobijene ocene



Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – februar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1+xy}{4}, & |x| < 1, |y| < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Ispitati nezavisnost slučajnih promenljivih  $X$  i  $Y$ .

2. Isti kao u knjizi (zadatak 3.3, strana 68)
3. Ako je raspodela populacije:  $X: B(m, p)$ , gde je  $0 \leq p \leq 1$  nepoznati parametar, a  $m \geq 1$  poznati, metodom momenata naći ocenu parametra  $p$ .
4. Primer 5.28 iz knjige (30 porodica, štednja)
5. Na osnovu uzorka obima  $n=74$  sa pragom značajnosti  $\alpha = 0,02$  testirati hipotezu da obeležje populacije  $X$  ima gustinu:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

$S_n$	[0,1/4)	[1/4,1/2)	[1/2,3/4)	[3/4,1)
$M_k$	6	18	20	30

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Ispit iz teorijske statistike

- Novčić se baca 3 puta. Ukoliko u sva 3 bacanja padne ista strana, izvodi se još jedno dodatno. Opiši prostor elementarnih ishoda  $\Omega$  i naći raspodelu slučajnog vektora  $(X,Y)$  gde je  $X$ -broj palih grbova, a  $Y$ -broj bacanja. Naći raspodelu koord.  $X$  i  $Y$  i ispitati nezavisnost.
- Naći najbolju kritičnu oblast za  $N(\theta, 5000^2)$  i  $H_0: \theta = 30000$ , naspram  $H_1: \theta = 35000$ . ( $\alpha = 0,01$ ;  $\beta = 0,02$ ).
- Ako je funkcija gustine  $(x, \theta) = \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{x}{\theta}}$ ,  $x > 0, \theta > 0$ , naći metodom maksimalne verodostojnosti najbolju ocenu parametra  $\theta$ .
- Uzorak od 10 elemenata izabran je iz normalne populacije. U uzorku je dobijeno:  $\sum_{k=1}^{10} x_k = 34$ ,  $\sum_{k=1}^{10} x_k^2 = 138$ . Ako se uzorak dopuni sa sledećim elementima: 2,8; 3,5; 3,8, za koliko se menja dužina 90% intervala poverenja za nepoznato matematičko očekivanje?
- Na osnovu uzorka obima  $n=74$  sa pragom značajnosti  $\alpha = 0,02$  testirati hipotezu da obeležje populacije  $X$  ima gustinu:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

$S_n$	[0,1/4)	[1/4,1/2)	[1/2,3/4)	[3/4,1)
$M_k$	6	18	20	30

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Ispit iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine:  $f(x) = cx^{\alpha-1}e^{-\beta x}$ ,  $x > 0$ , gde je  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ , odrediti konstantu  $c$ .
2. Proveriti da li je  $\frac{n+1}{n}Y_n$  postojana ocena parametra  $b$  u  $U[0, b]$ , ako je  $Y_n$  maksimum uzorka od  $n$  elemenata.
3. Slučajna promenljiva  $X$  ima  $U[a, b]$  raspodelu. Na osnovu uzorka 1,2,3 metodom momenata naći ocene parametara  $a$  i  $b$ .
4. Slučajna promenljiva  $X$  ima raspodelu  $[0, \sigma^2]$ . Koristeći test zasnovan na količniku verodostojnosti naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze  $H_0: \sigma = 1$  protiv  $H_1: \sigma = 2$ . ( $n=10$ ,  $\alpha=0,05$ ).
5. Iz jednog skupa uzet je uzorak 5,2; 6,7; 9,3; 9,5, a iz drugog uzorka 4,2; 8,4; 10. Primenom testa Kolmogorov-Smirnova sa  $\alpha=0,05$ , testirati hipotezu da skupovi imaju istu raspodelu.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Ispit iz teorijske statistike

1. Neka su  $Y_1, Y_2, Y_3$  uređene statistike slučajnog uzorka od 3 elementa i

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti  $P\{Y_1 < u\}, P\{Y_3 < \frac{1}{2}\}$ . (u-medijana)

2. Ako slučajna promenljiva  $T$  ima  $t_n$  raspodelu, pokazati da slučajna promenljiva  $T^2$  ima  $F(1, n)$  raspodelu.
3. Na osnovu uzorka od  $k$  elemenata iz binomne raspodele  $B(n, p)$ , gde je  $n$  poznati parametar, metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra  $p$ .
4. Obeležje  $X$  date populacije ima gustinu  $f(x, \theta) = \alpha(\theta)2^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$ , gde je  $\alpha(\theta)$  funkcija koja zavisi od  $\theta$ . Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze  $H_0: \theta = 1$  protiv  $H_1: \theta = 2$ . ( $n=100, \alpha=0,05$ ).
5. Na osnovu uzorka obima  $n=74$  sa pragom značajnosti  $\alpha = 0,02$  testirati hipotezu da obeležje populacije  $X$  ima gustinu:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

$S_n$	[0,1/4)	[1/4,1/2)	[1/2,3/4)	[3/4,1)
$M_k$	6	18	20	30

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

### Ispit iz teorijske statistike

-jul 2017-

1. Novčić se baca 3 puta. Ukoliko u sva 3 bacanja padne ista strana, izvodi se još jedno dodatno. Opiši prostor elementarnih ishoda  $\Omega$  i naći raspodelu slučajnog vektora  $(X, Y)$  gde je X-broj palih grbova, a Y-broj bacanja. Naći raspodelu koord. X i Y i ispitati nezavisnost.
2. Neka je  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  slučajan uzorak iz normalne  $N(m, \sigma^2)$  raspodele. Uporediti srednje kvadratne greške sledećih ocena za  $\sigma^2$  :  
$$\bar{S}_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2, \bar{S}_n^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$$
  
(  $MSE(T) = E_\theta(T - \theta)^2$  ).
3. Ako je funkcija gustine  $f(x, \theta) = \frac{\theta}{x^2}, x > \theta, \theta > 0$ , naći metodom maksimalne verodostojnosti najbolju ocenu parametra  $\theta$ . Ispitati nepristrasnost i postojanost dobijene ocene.
4. Obeležje X date populacije ima gustinu  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$ .
  - a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze  $H_0: \theta = 1$  protiv  $H_1: \theta > 1$ .
  - b) Ako je  $n=100, \alpha=0,05, H_1: \theta = 2$ , naći verovatnoću greške II vrste  $\beta$ .
5. Neki zadatak iz neparametarskih metoda

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – septembar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X, Y)$ :

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti:

- konstantu  $a$ ;
  - marginalne funkcije gustine
  - uslovne funkcije gustine i ispitati da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive.
2. Neka su  $Y_1, Y_2, Y_3$  uređene statistike slučajnog uzorka od 3 elementa i

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti  $P\{Y_1 \geq u\}, P\{Y_3 < \frac{1}{2}\}$ . (u-medijana)

3. Neka je  $f(x, \lambda, \theta) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}, & x \geq \theta, \lambda > 0 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$

Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocene nepoznatih parametara  $\lambda$  i  $\theta$  na osnovu uzorka obima  $n$ .

4. Obeležje  $X$  ima  $N(0, \sigma^2)$  raspodelu.
- Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze  $H_0: \sigma^2 = 1$  protiv  $H_1: \sigma^2 = 4$ .
  - Ako je  $n=10, \alpha=0,05$ , naći verovatnoću greške II vrste  $\beta$ .
5. U uzorku su dobijeni sledeći podaci o broju klijenata usluženi u 5 radnih dana: 60, 73, 48, 56, 78. Ispitati pomoću Pirsonovog  $\chi^2$  na nivou značajnosti od 5% da li je srednji broj usluženi lica isti u 5 radnih dana.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – oktobar 2 2017

1. Iz 2 normalne raspodele uzeta su dva slučajna uzorka  $n_1 = 5, n_2 = 10$ . Ako je  $\sigma_1^2 = 10$ , naći  $\sigma_2^2$ , ako je  $P(\bar{S}_1^2 > 3\bar{S}_2^2) = 0,05$ .
2.  $X \sim N(2, \sigma^2), n = 10, \sum_{i=1}^{10} (x_i - 2)^2 = 0,5$ . Testirati hipoteze  $H_0: \sigma^2 = 0,03, H_1: \sigma^2 > 0,03$  na nivou značajnosti 0,05.
3. Izračunati 90% interval poverenja za  $m$  iz  $X \sim N(m, 9)$  ako je uzorak: 2,3,1,5,3,6,5,2,4,3.
4. Uzorak  $x_1, x_2, x_3, x_4$  ima raspodelu  $N(m, \sigma^2)$  i  $\hat{m}_1 = \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_4$ ,  
 $\hat{m}_2 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{8}x_2 + \frac{1}{8}x_3 + \frac{1}{4}x_4$ . Ispitati da li su ocene nepristrasne i koja je efikasnija?
5. Test Kolmogorova, nivo značajnosti 0,1. Ispitati da li je uzorak 2,3; 3,2; 5; 7,5 iz  $U[2,10]$  raspodele.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – novembar 2017

1. Neka su  $X \sim N(0,1)$  i  $Y \sim N(0,1)$  nezavisne slučajne promenljive. Naći zakon raspodele slučajne promenljive  $Z = \frac{X}{Y}$ .
2. Ako su  $Y_1, Y_2$  statistike poretka uzorka obima 2, iz  $U(a, b)$ , odrediti  $E(Y_1)$
3. Ako je  $X_1, X_2, \dots, X_n$  uzorak iz populacije sa gustinom:  $f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$ , odrediti dovoljnu statistiku za parametar  $\theta$ .
4. Obeležje  $X$  date populacije ima gustinu  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$ .
  - a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze  $H_0: \theta = 1$  protiv  $H_1: \theta > 1$ .
  - b) Ako je  $n=100, \alpha=0,05, H_1: \theta = 2$ , naći verovatnoću greške II vrste  $\beta$ .
5. Obeležje  $X$  je broj automobila koji u nekom vremenu prođu kroz jedan presek puta. U 200 merenja konstatovano je sledeće:

Broj aut. $x_k$	0	1	2	3	4
Broj merenja $M_k$	109	65	22	3	1

Sa nivoom značajnosti  $\alpha = 0,01$  primenom  $\chi^2$  testa testirati hipotezu da  $X$  ima Puasonovu raspodelu.



Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispitni rok jun 2018

I grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} axy, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti:

- konstantu  $a$ ;
  - Ispitati da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive.
2. Data je slučajna promenljiva  $X$  sa raspodelom  $U(0, \theta)$ .
- Odrediti metodom momenata ocenu parametra  $\theta$
  - Metodom maksimalne verodostojnosti naći nepristrasnu ocenu parametra  $\theta$
  - Koja od ove dve ocene je efikasnija?
3. Neka obeležje  $X$  populacije ima raspodelu
- $$p(k, \theta) = P\{X = k\} = \theta^k (1 - \theta)^{1-k}, x > 0, \theta > 0.$$
- Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje  $H_0: \theta = \frac{1}{4}$ , naspram  $H_1: \theta = \frac{1}{3}$ . Da li postoji uniformno najmoćniji test za  $H_0: \theta = \frac{1}{4}$ , naspram  $H_1: \theta < \frac{1}{4}$ .
4. Merenjem vremena (u minutima) potrebnog za izradu predmeta primenom dva tehnološka procesa, dobijeno je:
- 57, 120, 101, 137, 119, 117, 104, 73, 53, 68, 118;  
89, 30, 82, 50, 39, 22, 57, 32, 96, 31, 88.
- Testirati hipotezu da su disperzije potrebnih vremena jednake, sa pragom značajnosti  $\alpha = 0,10$ .
5. Isti kao u knjizi 7.5 (Kolmogorov). (Kocka je bacana 15 puta ...).

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – jun 2018

II grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti:

- konstantu  $a$ ;
  - marginalne funkcije gustine
  - uslovne funkcije gustine i ispitati da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive.
2. Neka su  $Y_1, Y_2, Y_3$  uređene statistike slučajnog uzorka od 3 elementa i

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti  $P\{Y_1 \geq u\}, P\{Y_3 < \frac{1}{2}\}$ . ( $u$ -medijana)

3. Neka je  $f(x, \lambda, \theta) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}, & x \geq \theta, \lambda > 0 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$

Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocene nepoznatih parametara  $\lambda$  i  $\theta$  na osnovu uzorka obima  $n$ .

4. Obeležje  $X$  ima  $N(0, \sigma^2)$  raspodelu.
- Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze  $H_0: \sigma^2 = 1$  protiv  $H_1: \sigma^2 = 4$ .
  - Ako je  $n=10, \alpha=0,05$ , naći verovatnoću greške II vrste  $\beta$ .
5. U uzorku su dobijene sledeći podaci o broju klijenata usluženih u 5 radnih dana: 60, 73, 48, 56, 78. Ispitati pomoću Pirsonovog  $\chi^2$  na nivou značajnosti od 5% da li je srednji broj usluženih lica isti u 5 radnih dana.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispitni rok jul 2018

I grupa

1. Data je raspodela dvodimenzionalne slučajne promenljive  $(X, Y)$

Y/X	0	1	2
0	0,1	0	0,2
1	p	0,3	0,1

Odrediti p i naći marginalne raspodele za X i Y i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka je  $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{ax^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$

odrediti:

- konstantu  $a$
  - metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra  $\theta$  na osnovu uzorka obima  $n$ , ispitati nepristrasnost dobijene ocene
  - naći jednu nepristrasnu ocenu za  $\theta$  i ispitati njenu postojanost.
3. Obeležje populacije X ima gustinu  $f(x, \theta) = \theta \cdot \ln 2 \cdot 2^{-\theta x}$ ,  $x > 0, \theta > 0$ . Naći najbolju kritičnu oblast za test hipoteze  $H_0: \theta = 1$ , naspram  $H_1: \theta = 2$ , za  $\alpha = 0,05, n = 100$ .
4. Dali su 2 uzorka iz 2 populacije sa N rasporedom sa istom varijansom i matematičkim očekivanjem  $m_1$  i  $m_2$ :
- 56, 44, 44, 46, 47, 38, 58, 41, 30, 46, 35, 49, 53  
39, 51, 57, 41, 42, 39, 32, 29, 40, 47, 55, 35
- Naći dvostrani interval 95% za  $m_1 - m_2$
  - Testirati  $H_0: m_1 = m_2$ , protiv alternativne hipoteze  $H_1: m_1 \neq m_2$
  - Testirati  $H_0: m_1 = m_2$ , protiv alternativne hipoteze  $H_1: m_1 > m_2$
5. Primenom  $\chi^2$  testa za  $\alpha = 0,05$  ispitati saglasnost iz uzorka sa N raspodelom:
- |       |       |       |       |        |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| [1,3] | [3,5] | [5,7] | [7,9] | [9,11] |
| 2     | 3     | 7     | 11    | 7      |

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – septembar 2018

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora  $(X,Y)$ :

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti:

- konstantu  $a$ ;
  - marginalne funkcije gustine
  - uslovne funkcije gustine i ispitati da li su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive.
2. Neka je  $(X_1, X_2, \dots, X_{10})$  prost slučajan uzorak iz populacije sa obeležjem  $X$  koje ima  $P(\theta)$ . Metodom maksimalne verodostojnosti na osnovu raspodele slučajne promenljive  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_{10}$ , naći ocenu  $\theta$  i ispitati osobine.
3. Obeležje  $X$  date populacije ima gustinu  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$ .
- Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze  $H_0: \theta = 1$  protiv  $H_1: \theta > 1$ .
  - Ako je  $n=100, \alpha=0,10, H_1: \theta = 1,5$ , naći verovatnoću greške II vrste  $\beta$ .
4. Baca se numerisana kocka 96 puta da bi se proverila ispravnost:

Broj koji je pao	1	2	3	4	5	6
Broj pojava	12	17	14	18	8	17

Sa  $\alpha=0,05$  pomoću  $\chi^2$  testa testirati hipotezu da je kocka ispravna.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – oktobar 2018

1. Ako slučajna promenljiva  $T$  ima  $t_n$  raspodelu, pokazati da slučajna promenljiva  $T^2$  ima  $F(1, n)$  raspodelu.
2. Obeležje  $X$  ima binomnu  $B(m, \theta)$  raspodelu. Na osnovu slučajnog uzorka obima  $n$  odrediti jednu dovoljnu statistiku za nepoznat parametar  $\theta$ . Da li je  $\frac{\bar{X}_n}{n}$  dovoljna statistika za  $\theta$ ?
3. a) Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra  $\theta$ , na osnovu uzorka obima  $n$  iz raspodele čija je funkcija gustine:  $f(x, \theta) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \ln \theta)^2}{2\sigma^2}}$ ,  $\theta$  – nepoznati parametar.  
b) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze  $H_0: \theta = 1$  protiv  $H_1: \theta > 1$ .
4. Merenjem prinosa pšenice na dve parcele (u mc/ha), primenom dve vrste veštačkog đubriva, dobijeno je:  
đubrivo A: 57, 53, 39, 36, 39, 12, 24, 33, 34, 29  
đubrivo B: 53, 44, 11, 19, 32, 31, 19, 24, 30  
Sa nivoom značajnosti  $\alpha = 0,05$  testirati hipotezu da su varijanse prinosa jednake, protiv alternativne da su prinosi kod đubriva B homogeniji.
5. Neki neparametarski test (ako neko ima tekst zadatka neka pošalje)