Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Za funkciju gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} cx(x+2y), & 0<x<1, 0<y<6 \\ 0, & inače \end{cases}$$

ispitati nezavisnost slučajnih veličina X i Y.

2. Slučajna veličina X ima binomnu raspodelu:

$$f_X(x)=\begin{cases} \binom{n}{x}p^x q^{n-x}, & x=0,1,\dots,n \\ 0, & inače \end{cases}$$

i važi $p \geq 0, p+q=1$. Slučajna promenljiva Y ima istu raspodelu kao X i nezavisna je od nje. Odrediti funkciju verovatnoće slučajne promenljive $Z=X+Y$.

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive X iz normalne $N(0,1)$ raspodele.

4. Koliko uzorak treba uzeti iz normalne $N(m,400)$ raspodele, da bi sa verovatnoćom 0,9556 moglo da se tvrdi da se uzoračka sredina $\bar{X}_n$ i sredina m razlikuju za manje od 0,5.

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Za funkciju gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} axy, & 0 \leq x \leq y, 0 < y < 2, \\ 0, & inače \end{cases}$$

Odrediti uslovne gustine $f_{X|Y=y}(x)$ i $f_{Y|X=x}(y)$.

2. Slučajni vektor (X,Y) ima funkciju gustine:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & inače \end{cases}$$

Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive $Z = X - Y$.

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive X iz binomne $B(5; 0{,}5)$ raspodele.

4. Masa jednog proizvoda je normalna slučajna veličina sa sredinom m i varijansom σ^2. Uzet je uzorak od 17 proizvoda, za koji je dobijeno da je $\bar{S}_n^2 = 0{,}16$. Naći verovatnoću da je razlika između uzoračke sredine $\bar{X}_n$ i sredine m veća od 0,2583

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):
$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} axy, & 0\le x\le y, 0<y<2 \\ 0, & inače \end{cases}$$
proveriti da li su X i Y nezavisne slučajne veličine.

2. Slučajni vektor (X,Y) ima funkciju gustine: $f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} 2e^{-(x+y)}, & 0\le y\le x<+\infty \\ 0, & inače \end{cases}$

   Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive $Z=X+Y$.

3. Naći jednu realizaciju slučajnog uzorka od 5 elemenata slučajne promenljive X iz normalne $N(6;9)$ raspodele.

4. Odrediti $P\{0<\bar{S}_n^2<13{,}2\}$, gde je $\bar{S}_n^2$ varijansa slučajnog uzorka od 20 elemenata iz normalne raspodele sa varijansom 12.

Prvi kolokvijum iz teorijske statistike, 7.4.2017.

III grupa

1. Data je funkcija raspodele dvodimenzionalne prekidne slučajne promenljive (X,Y):

$$F_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 0, & x < -2 \vee y < -2 \\ \frac{1}{3}, & -2 \leq x < 2 \wedge -2 \leq y < 2 \\ \frac{3}{4}, & x \geq 2 \wedge -2 \leq y < 2 \\ \frac{3}{4}, & -2 \leq x < 2 \wedge y \geq 2 \\ 1, & x \geq 2 \wedge y \geq 2 \end{cases}$$

   a) Odrediti marginalne funkcije raspodela $F_X(x)$ i $F_Y(y)$.
   b) Odrediti: $P\{X < 0; 1 < Y < 3\}$

2. Gustina raspodele slučajne promenljive X data je sa:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

   Odrediti funkciju gustine slučajne promenljive $Y = X^2$.

3. Iz dve nezavisne normalne raspodele sa varijansama $\sigma_1^2 = 1.16$ i $\sigma_2^2 = 10.41$, uzeta su dva nezavisna uzorka sa $n_1 = 10$ i $n_2 = 13$. Odrediti verovatnoću da je uzoračka varijansa drugog uzorka bar 4 puta veća od uzoračke varijanse prvog uzorka

4. Iz U(0,1) raspodele uzet je prost slučajan uzorak obima n. Odrediti $E\left(X_{(n)}^k\right)$.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017

I grupa

1. Populacija ima raspodelu $X:\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{\theta}{2} & \theta & \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$ Metodom momenata naći ocenu parametra θ. Ispitati nepristrasnost i postojanost ocene.

2. Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra θ, na osnovu uzorka obima n iz raspodele čija je funkcija gustine: $f(x,\alpha,\theta) = \frac{\theta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\theta x}, x > 0$, gde je $\alpha > 0, \theta > 0$, α –poznati parametar.

3. Koliko uzorak treba uzeti iz normalne $N(m, 40^2)$ raspodele, da bi sa verovatnoćom 0,98 moglo da se tvrdi da se uzoračka sredina $\overline{X}_n$ i sredina m razlikuju za manje od 10.

4. Neka je funkcija gustine data sa $f(x,\theta) = \theta e^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$. Odrediti najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteza:
   $H_0: \theta = 1$
   $H_1: \theta < 1.$

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017
II grupa

1. Ako je $X_1, X_2, \dots, X_n$ uzorak iz $U(0,\theta), \theta > 0$. Ispitati nepristrasnost sledećih ocena: $2x_i, 2\bar{x}_n$ i x_i^2.

2. Metodom momenata naći ocenu parametra θ, na osnovu uzorka obima n, iz raspodele sa gustinom: $f(x,\theta) = e^{-(x-\theta)}, x \geq \theta > 0$.

3. Odrediti 98% dvostrani interval poverenja za sredinu iz normalne raspodele N(m,1600), za uzorak obima 100 i dobijenu uzoračku sredinu koja iznosi 52.

4. Neka je familija dopustivih funkcija $\{E(\theta), \theta > 0\}$. Odrediti najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteza:
   $H_0: \theta = \theta_0$
   $H_1: \theta = \theta_1, \theta_0 > \theta_1$.

Drugi kolokvijum iz teorijske statistike – 2017

III grupa

1. Odrediti donju granicu za varijansu nepristrasne ocene parametra θ iz Rao-Kramerove nejednakosti za $P(\theta), \theta > 0$.

2. Metodom momenata naći ocenu parametra θ, za raspodelu: $f(x,\theta) = \frac{1}{\theta+2} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$.

3. Odrediti 90% interval poverenja za količnik varijansi $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$, uzoraka obima 8, ukoliko je poznato: $\bar{s}_{n1}^* = 6{,}865, \bar{s}_{n2}^* = 5{,}0523$.

4. Obeležje X ima raspodelu sa gustinom: $f(x,\theta) = \theta e^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$. Na osnovu uzorka obima 100 i nivoa značajnosti od 5%, odrediti kritičnu oblast za testiranje:
   $H_0 : \theta = 1$
   $H_1 : \theta = \frac{1}{2}$
   i izračunati verovatnoću greške druge vrste.

Popravni kolokvijum iz teorijske statistike

1. Za funkciju gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{a^2}{2} y e^{-a|x|}, -\infty < x < +\infty, 0 < y < 1, \\ 0, \quad\quad\quad\quad inače \end{cases}$$

   Odrediti marginalne gustine $f_X(x)$ i $f_Y(y)$.

2. Ako je $X_1, X_2, \dots, X_n$ uzorak iz populacije sa gustinom: $f(x,\theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1,\ \theta > 0$, odrediti dovoljnu statistiku za parametar θ.

3. Za slučajnu promenljivu sa gustinom: $f(x,\theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1,\ \theta > 0$, naći najmoćniji test za testiranje $H_0: \theta = \theta_0$, naspram $H_1: \theta = \theta_1$, za $\theta_1 > \theta_0$.

4. Iz dve nezavisne raspodele, sa varijansama $\sigma_1^2 = 7{,}35$ i $\sigma_2^2 = 16$, uzeta su dva nezavisna uzorka sa $n_1 = 2$ i $n_2 = 21$. Odrediti verovatnoću da je korigovana varijansa prvog uzorka 2 puta veća od korigovane varijanse drugog uzorka.

Popravni kolokvijum iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{20}x(x+2y), & 0 < x \leq 1, 0 < y < 6 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   proveriti da li su X i Y nezavisne slučajne veličine.

2. Odrediti $P\{5 < S_n^{*2} < 10\}$, gde je S_n^{*2} varijansa slučajnog uzorka od 10 elemenata sa poznatom sredinom iz normalne raspodele sa varijansom 5.

3. Ispitati da li je ocena $\bar{X}_n^2$ nepristrasna ocena parametra m^2 kod $N(m, \sigma^2)$ raspodele.

4. Metodom momenata odrediti ocenu parametra θ u raspodeli:

$$X: \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{2(1-\theta)}{2-\theta} & \frac{\theta}{2-\theta} \end{pmatrix}$$

5. Na slučajan način izdvojeno je 10 stanovnika grada X i 12 stanovnika grada Y. Izmerene su njihove težine i dobijeni sledeći rezultati:

   X: 80, 75, 77, 92, 107, 101, 69, 88, 82, 95
   Y: 97, 95, 80, 85, 97, 96, 110, 115, 100, 90, 86, 73

   Ako težina slučajno izabrane osobe ima $N(m, \sigma^2)$ raspodelu, sa nivoom značajnosti 0,05 testirati hipotezu da su srednje težine stanovnika gradova X i Y jednake, protiv alternativne da je srednja težina stanovnika grada Y veća. Poznato je da su varijanse međusobno jednake, $\sigma^2 = 25$.

Popravni kolokvijum iz teorijske statistike
-avgust 2017-

1. Metodom maksimalne verodostojnosti odrediti ocenu parametra $\theta_1 \; i \; \theta_2$ iz raspodele sa gustinom: $f(x, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\theta_1} e^{\frac{\theta_2 - x}{\theta_1}}, x \geq \theta_2$.

2. Ako je funkcija gustine dvodimenzionalne slučajne promenljive:
$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 10x^2y, & 0 \leq y < x < 1 \\ 0, & inače \end{cases}$$
Naći marginalne funkcije gustine.

3. Ako je funkcija gustine slučajne promenljive X, data sa:
$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & , \quad x > 0 \\ 0, & inače \end{cases},$$
Ako je $Y = 2X^2 + 1$, naći $V(Y)$.

4. Iz dve nezavisne normalne raspodele sa jednakim aritmetičkim sredinama i varijansama $\sigma_1^2 = 24$ i $\sigma_2^2 = 56$, uzeta su dva nezavisna uzorka sa $n_1 = 20$ i $n_2 = 20$. Odrediti verovatnoću da se aritmetičke sredine dva uzorka razlikuju za manje od 2,5.

Ispit iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):
$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Odrediti:
   a) konstantu a;
   b) marginalne funkcije gustine
   c) uslovne funkcije gustine i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka je $\{U(0,\theta), \theta \in (0,\infty)\}$ familija dopustivih raspodela obeležja populacije.
   a) Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra θ.
   b) Ispitati nepristrasnost I postojanost dobijene ocene.
   c) Naći nepristrasnu ocenu za θ kao funkciju ocene dobijene metodom maksimalne verodostojnosti.

3. Obeležje X ima binomnu $B(m,\theta)$ raspodelu. Na osnovu slučajnog uzorka obima n odrediti jednu dovoljnu statistiku za nepoznat parametar θ. Da li je $\frac{\bar{X}_n}{m}$ dovoljna statistika za θ?

4. Merenjem prinosa pšenice na dve parcele (u mc/ha), primenom dve vrste veštačkog đubriva, dobijeno je:
   đubrivo A: 57, 53, 39, 36, 39, 12, 24, 33, 34, 29
   đubrivo B: 53, 44, 11, 19, 32, 31, 19, 24, 30, 30
   Sa nivoom značajnosti $\alpha = 0{,}05$ testirati hipotezu da su varijanse prinosa jednake, protiv alternativne da su prinosi kod đubriva B homogeniji.

5. Na osnovu rezultata testa inteligencije učenika jedne škole dobijeni su podaci:

IQ	(65,75)	(75,85)	(85,95)	(95,105)	(105,115)	(115,125)	(125,135)
A	1	2	10	12	14	11	3

   Ispitati saglasnost dobijenih podataka sa normalnim zakonom raspodele primenom testa Kolmogorova za $\alpha = 0{,}01$.

Ispit iz teorijske statistike

1. Slučajna veličina X ima $U(1,2)$ raspodelu, a slučajna veličina Y ima gustinu $f_Y(y) = 6y(1-y), y \in [0,1]$. Naći raspodelu slučajne veličine $Z = X - Y$.

2. Da li je statistika $\frac{n+1}{n}Y_n$ postojana ocena parametra *b* u raspodeli obeležja populacije $X \sim U(0,b)$, ako je Y_n maksimum uzorka $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ iz date populacije.

3. Obeležje X ima binomnu $B(m,\theta)$ raspodelu. Na osnovu slučajnog uzorka obima n odrediti jednu dovoljnu statistiku za nepoznat parametar θ. Da li je $\frac{\bar{X}_n}{m}$ dovoljna statistika za θ?

4. Za slučajnu promenljivu sa gustinom: $f(x,\theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1,\ \theta > 0$, naći najmoćniji test za testiranje $H_0\colon \theta = \theta_0$, naspram $H_1\colon \theta = \theta_1$, za $\theta_1 > \theta_0$.

5. Na osnovu rezultata testa inteligencije učenika jedne škole dobijeni su podaci:

IQ	(65,75)	(75,85)	(85,95)	(95,105)	(105,115)	(115,125)	(125,135)
A	1	2	10	12	14	11	3

Ispitati saglasnost dobijenih podataka sa normalnim zakonom raspodele primenom testa Kolmogorova za $\alpha = 0{,}01$.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispitni rok jun 2016

I grupa

1. Data je raspodela dvodimenzionalne slučajne promenljive (X, Y)

Y/X	0	1	2
0	0,1	0	0,2
1	P	0,3	0,1

   Odrediti p i naći marginalne raspodele za X i Y i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka je $f(x,\theta) = \begin{cases} \frac{ax^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta \\ 0, & ina\check{c}e \end{cases}$

   odrediti:

   a) konstantu *a*

   b) metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra θ na osnovu uzorka obima *n*, ispitati nepristrasnost dobijene ocene

   c) naći jednu nepristrasnu ocenu za θ i ispitati njenu postojanost.

3. Obeležje populacije X ima gustinu $f(x,\theta) = \theta \cdot ln2 \cdot 2^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$. Naći najbolju kritičnu oblast za test hipoteze $H_0: \theta = 1$, naspram $H_1: \theta = 2$, za $\alpha = 0{,}05, n = 100$.

4. Dali su 2 uzorka iz 2 populacije sa N rasporedom sa istom varijansom i matematičkim očekivanjem m_1 i m_2.

   a) Naći dvostrani interval 95% za $m_1 - m_2$

   b) Testirati $H_0: m_1 = m_2$, protiv alternativne hipoteze $H_1: m_1 \neq m_2$.

5. Primenom χ^2 testa za $\alpha = 0{,}05$ ispitati saglasnost iz uzorka sa N raspodelom:

[1,3]	[3,5]	[5,7]	[7,9]	[9,11]
2	3	7	11	7

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispitni rok jun 2016

II grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} axy, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Odrediti:

   a) konstantu *a;*

   b) Ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Data je slučajna promenljiva X sa raspodelom $U(0,\theta)$.

   a) Odrediti metodom momenata ocenu parametra θ

   b) Metodom maksimalne verodostojnosti naći nepristrasnu ocenu parametra θ

   c) Koja od ove dve ocene je efikasnija?

3. Neka obeležje X populacije ima raspodelu

$$p(k,\theta) = P\{X = k\} = \theta^k(1-\theta)^{1-k}, x > 0, \theta > 0.$$

   Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje $H_0: \theta = \frac{1}{4}$, naspram $H_1: \theta = \frac{1}{3}$. Da li postoji uniformno najmoćniji test za $H_0: \theta = \frac{1}{4}$, naspram $H_1: \theta < \frac{1}{4}$.

4. Merenjem vremena (u minutima) potrebnog za izradu predmeta primenom dva tehnološka procesa, dobijeno je:

   57, 120, 101, 137, 119, 117, 104, 73, 53, 68, 118;

   89, 30, 82, 50, 39, 22, 57, 32, 96, 31, 88.

   Testirati hipotezu das u disperzije potrebnih vremena jednake, sa pragom značajnosti $\alpha = 0{,}10$.

5. Isti kao u knjizi 7.5 (Kolmogorov).

Ispit iz teorijske statistike

1. Isti kao u knjizi 3.3 strana 68.

2. Populacija ima raspodelu: $X: \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ \frac{\theta}{2} & \theta & \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$. Metodom momenata naći ocenu parametra θ. Ispitati nepristrasnost i postojanost ocene.

3. Obeležje populacije ima Bernulijevu raspodelu: $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1-p & p \end{pmatrix}$. Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra p. Ispitati osobine dobijene ocene.

4. Dati su uzorci:
   I: 31,4 29,9 33,2 34,4 32,0 28,7 26,1 30,3
   II: 27,0 32,3 30,4 28,0 26,5 25,5 29,6 27,2
   Uzorci su iz dve populacije sa istim varijansama i matematičkim očekivanjem m_1 i m_2.
   a) Naći 95% dvostrani interval za $m_1 - m_2$
   b) Naći 90% interval za $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$.

5. Merenjem vremena neprekidnih signala iz dva izvora A i B dobijeni su podaci:

intenzitet	1	2	3	4	5	6	7	8
Broj slučajnih izvora A	0	2	14	16	10	5	2	1
Broj slučajnih izvora B	2	6	18	14	6	3	1	0

Primenom Kolmogorov-Smirnova za $\alpha = 0{,}01$ testirati hipotezu da oba imaju iste raspodele.

Ispit iz teorijske statistike – januar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):
$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} a(2xy+2x+y+1), & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Odrediti:

   a) konstantu *a;*

   b) marginalne funkcije gustine

   c) uslovne funkcije gustine i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Isti kao u knjizi (zadatak 5.7, strana 138)

3. Primenom testa Kolmogorova proveriti na nivou značajnosti od 0,05da li je uzorak u saglasnosti sa $N(32; 3{,}24)$.

   31; 31,4; 33,3; 33,4; 33,5; 33,7; 34,4; 34,9; 36,2

4. Dati su uzorci:
   I: 3 5 7 10 4 6 7
   II: 5 6 18 22 10 12 4
   Uzorci su iz dve populacije sa varijansama $\sigma_1^2 = 9$ i $\sigma_2^2 = 25$. Testirati hipotezu da je zbir prosečnih prinosa kukuruza ova dva skupa 20.

5. Neka je $F(x,\theta)=\begin{cases} 1-e^{\theta-x}, & x\geq\theta \\ 0, & inače \end{cases}$

   a) metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu nepoznatog parametra θ na osnovu uzorka obima *n*.

   b) ispitati nepristrasnost i postojanost dobijene ocene

Ispit iz teorijske statistike – februar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1+xy}{4}, & |x| < 1, |y| < 1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Ispitati nezavisnost slučajne promenljive X i Y.
2. Isti kao u knjizi (zadatak 3.3, strana 68)

3. Ako je raspodela populacije: $X: B(m,p)$, gde je $0 \leq p \leq 1$ nepoznati parametar, a $m \geq 1$ poznati, metodom momenata naći ocenu parametra p .

4. Primer 5.28 iz knjige (30 porodica, štednja)

5. Na osnovu uzorka obima n=74 sa pragom značajnosti $\alpha = 0{,}02$ testirati hipotezu da obeležje populacije X ima gustinu:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

S_n	[0,1/4)	[1/4,1/2)	[1/2,3/4)	[3/4,1)
M_k	6	18	20	30

Ispit iz teorijske statistike

1. Novčić se baca 3 puta. Ukoliko u sva 3 bacanja padne ista strana, izvodi se još jedno dodatno. Opiši prostor elementarnih ishoda Ω i naći raspodelu slučajnog vektora (X,Y) gde je X-broj palih grbova, a Y-broj bacanja. Naći raspodelu koord. X i Y i ispitati nezavisnost.

2. Naći najbolju kritičnu oblast za $N(\theta, 5000^2)$ i $H_0: \theta = 30000$, naspram $H_1: \theta = 35000$. ($\alpha = 0{,}01$; $\beta = 0{,}02$).

3. Ako je funkcija gustine $(x, \theta) = \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$, naći metodom maksimalne verodostojnosti najbolju ocenu parametra θ.

4. Uzorak od 10 elemenata izabran je iz normalne populacije. U uzorku je dobijeno: $\sum_{k=1}^{10} x_k = 34, \sum_{k=1}^{10} x_k^2 = 138$. Ako se uzorak dopuni sa sledećim elementima: 2,8; 3,5; 3,8, za koliko se menja dužina 90% intervala poverenja za nepoznato matematičko očekivanje?

5. Na osnovu uzorka obima n=74 sa pragom značajnosti $\alpha = 0{,}02$ testirati hipotezu da obeležje populacije X ima gustinu:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

S_n	[0,1/4)	[1/4,1/2)	[1/2,3/4)	[3/4,1)
M_k	6	18	20	30

Ispit iz teorijske statistike

1. Ako je funkcija gustine: $f(x) = cx^{\alpha-1}e^{-\beta x}, x > 0$, gde je $\alpha > 0, \beta > 0$, odrediti konstantu c.

2. Proveriti da li je $\frac{n+1}{n}Y_n$ postojana ocena parametra b u $U[0, b]$, ako je Y_n maksimum uzorka od n elemenata.
3. Slučajna promenljiva X ima $U[a, b]$ raspodelu. Na osnovu uzorka 1,2,3 metodom momenata naći ocene parametara a i b.

4. Slučajna promenljiva X ima raspodelu $[0, \sigma^2]$. Koristeći test zasnovan na količniku verodostojnosti naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \sigma = 1$ protiv $H_1: \sigma = 2$. (n=10, α=0,05).

5. Iz jednog skupa uzet je uzorak 5,2; 6,7; 9,3; 9,5, a iz drugog uzorka 4,2; 8,4; 10. Primenom testa Kolmogorov-Smirnova sa α=0,05, testirati hipotezu da skupovi imaju istu raspodelu.

Ispit iz teorijske statistike

1. Neka su Y_1, Y_2, Y_3 uređene statistike slučajnog uzorka od 3 elementa i
$$f(x) = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0, inače \end{cases}$$
Odrediti $P\{Y_1 < u\}, P\left\{Y_3 < \frac{1}{2}\right\}$. (u-medijana)

2. Ako slučajna promenljiva T ima t_n raspodelu, pokazati da slučajna promenljiva T^2 ima F(1,n) raspodelu.

3. Na osnovu uzorka od k elemenata iz binomne raspodele B(n,p), gde je n poznati parametar, metodom maksimalne verodostojnosti naći ocenu parametra p.

4. Obeležje X date populacije ima gustinu $f(x,\theta) = \alpha(\theta)2^{-\theta x}, x > 0, \theta > 0$, gde je $\alpha(\theta)$ funkcija koja zavisi od θ. Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \theta = 1$ protiv $H_1: \theta = 2$. (n=100, α=0,05).

5. Na osnovu uzorka obima n=74 sa pragom značajnosti $\alpha = 0{,}02$ testirati hipotezu da obeležje populacije X ima gustinu:
$$f(x) = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

S_n	[0,1/4)	[1/4,1/2)	[1/2,3/4)	[3/4,1)
M_k	6	18	20	30

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike

-jul 2017-

1. Novčić se baca 3 puta. Ukoliko u sva 3 bacanja padne ista strana, izvodi se još jedno dodatno. Opiši prostor elementarnih ishoda Ω i naći raspodelu slučajnog vektora (X,Y) gde je X-broj palih grbova, a Y-broj bacanja. Naći raspodelu koord. X i Y i ispitati nezavisnost.

2. Neka je $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ slučajan uzorak iz normalne $N(m, \sigma^2)$ raspodele. Uporediti srednje kvadratne greške sledećih ocena za σ^2 :
   $\bar{S}_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$, $\bar{S}_n^{*2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$
   ($MSE(T) = E_\theta(T-\theta)^2$).

3. Ako je funkcija gustine $f(x,\theta) = \frac{\theta}{x^2}, x > \theta, \theta > 0$, naći metodom maksimalne verodostojnosti najbolju ocenu parametra θ. Ispitati nepristrasnost i postojanost dobijene ocene.

4. Obeležje X date populacije ima gustinu $f(x,\theta) = \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0.$
   a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \theta = 1$ protiv $H_1: \theta > 1.$
   b) Ako je n=100, α=0,05, $H_1: \theta = 2$, naći verovatnoću greške II vrste β.

5. Neki zadatak iz neparametarskih metoda

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – septembar 2017

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

   $$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

   Odrediti:

   a) konstantu *a;*

   b) marginalne funkcije gustine

   c) uslovne funkcije gustine i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka su Y_1, Y_2, Y_3 uređene statistike slučajnog uzorka od 3 elementa i

   $$f(x) = \begin{cases} 2x, 0 \le x \le 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

   Odrediti $P\{Y_1 \ge u\}, P\left\{Y_3 < \frac{1}{2}\right\}$. (u-medijana)

3. Neka je $f(x,\lambda,\theta) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}, & x \ge \theta, \lambda > 0 \\ 0, & inače \end{cases}$

   Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocene nepoznatih parametara $\lambda\ i\ \theta$ na osnovu uzorka obima *n*.

4. Obeležje X ima $N(0,\sigma^2)$ raspodelu.

   a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \sigma^2 = 1$ protiv $H_1: \sigma^2 = 4$.

   b) Ako je n=10, α=0,05, naći verovatnoću greške II vrste β.

5. U uzorku su dobijene sledeći podaci o broju klijenata uslužених u 5 radnih dana: 60, 73, 48, 56, 78. Ispitati pomoću Pirsonovog χ^2 na nivou značajnosti od 5% da li je srednji broj usluženih lica isti u 5 radnih dana.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – oktobar 2 2017

1. Iz 2 normalne raspodele uzeta su dva slučajna uzorka $n_1 = 5, n_2 = 10$. Ako je $\sigma_1^2 = 10$, naći σ_2^2, ako je $P(\bar{S}_1^2 > 3\bar{S}_2^2) = 0{,}05$.
2. $X \sim N(2, \sigma^2), n = 10, \sum_1^{10}(x_i - 2)^2 = 0{,}5$. Testirati hipoteze $H_0: \sigma^2 = 0{,}03, H_1: \sigma^2 > 0{,}03$ na nivou značajnosti 0,05.
3. Izračunati 90% interval poverenja za $X \sim N(m, 9)$ ako je uzorak: 2,3,1,5,3,6,5,2,4,3.

4. Uzorak x_1, x_2, x_3, x_4 ima raspodelu $N(m, \sigma^2)$ i $\widehat{m}_1 = \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_4$, $\widehat{m}_2 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{8}x_2 + \frac{1}{8}x_3 + \frac{1}{4}x_4$. Ispitati da li su ocene nepristrasne i koja je efikasnija?

5. Test Kolmogorova, nivo značajnosti 0,1. Ispitati da li je uzorak 2,3; 3,2; 5; 7,5 iz $U[2,10]$ raspodele.

Ispit iz teorijske statistike – novembar 2017

1. Neka su $X \sim N(0,1)$ i $Y \sim N(0,1)$ nezavisne slučajne promenljive. Naći zakon raspodele slučajne promenljive $Z = \frac{X}{Y}$.
2. Ako su Y_1, Y_2 statistike poretka uzorka obima 2, iz $U(a,b)$, odrediti $E(Y_1)$
3. Ako je $X_1, X_2, \dots, X_n$ uzorak iz populacije sa gustinom: $f(x,\theta) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1,\ \theta > 0$, odrediti dovoljnu statistiku za parametar θ.
4. Obeležje X date populacije ima gustinu $f(x,\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0, \theta > 0$.

   a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \theta = 1$ protiv $H_1: \theta > 1$.

   b) Ako je n=100, α=0,05, $H_1: \theta = 2$, naći verovatnoću greške II vrste β.
5. Obeležje X je broj automobila koji u nekom vremenu prođu kroz jedan presek puta. U 200 merenja konstatovano je sledeće:

Broj aut. x_k	0	1	2	3	4
Broj merenja M_k	109	65	22	3	1

Sa nivoom značajnosti $\alpha = 0{,}01$ primenom χ^2 testa testirati hipotezu da X ima Puasonovu raspodelu.

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispitni rok jun 2018

I grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} axy, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & inače \end{cases}$$

Odrediti:

a) konstantu a;

b) Ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Data je slučajna promenljiva X sa raspodelom $U(0,\theta)$.

a) Odrediti metodom momenata ocenu parametra θ

b) Metodom maksimalne verodostojnosti naći nepristrasnu ocenu parametra θ

c) Koja od ove dve ocene je efikasnija?

3. Neka obeležje X populacije ima raspodelu

$$p(k,\theta) = P\{X = k\} = \theta^k(1-\theta)^{1-k}, x > 0, \theta > 0.$$

Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje $H_0: \theta = \frac{1}{4}$, naspram $H_1: \theta = \frac{1}{3}$. Da li postoji uniformno najmoćniji test za $H_0: \theta = \frac{1}{4}$, naspram $H_1: \theta < \frac{1}{4}$.

4. Merenjem vremena (u minutima) potrebnog za izradu predmeta primenom dva tehnološka procesa, dobijeno je:

57, 120, 101, 137, 119, 117, 104, 73, 53, 68, 118;

89, 30, 82, 50, 39, 22, 57, 32, 96, 31, 88.

Testirati hipotezu das u disperzije potrebnih vremena jednake, sa pragom značajnosti $\alpha = 0{,}10$.

5. Isti kao u knjizi 7.5 (Kolmogorov). (Kocka je bacana 15 puta ...).

Ukoliko Vam za bilo koji zadatak treba pomoć, slobodno pozovite. Postoji mogućnost kompletnog kursa, kao i individualnih časova. Zadatke prikupio i otkucao: Časlav Pejdić – 064/123-09-10.

Ispit iz teorijske statistike – jun 2018

II grupa

1. Ako je funkcija gustine slučajnog vektora (X,Y):

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(2xy + 2x + y + 1), & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & inače \end{cases}$$

Odrediti:

a) konstantu *a;*

b) marginalne funkcije gustine

c) uslovne funkcije gustine i ispitati da li su X i Y nezavisne slučajne promenljive.

2. Neka su Y_1, Y_2, Y_3 uređene statistike slučajnog uzorka od 3 elementa i

$$f(x) = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0, inače \end{cases}$$

Odrediti $P\{Y_1 \geq u\}, P\left\{Y_3 < \frac{1}{2}\right\}$. (u-medijana)

3. Neka je $f(x,\lambda,\theta) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}, & x \geq \theta, \lambda > 0 \\ 0, & inače \end{cases}$

Metodom maksimalne verodostojnosti naći ocene nepoznatih parametara $\lambda \ i \ \theta$ na osnovu uzorka obima *n*.

4. Obeležje X ima $N(0, \sigma^2)$ raspodelu.

a) Naći najbolju kritičnu oblast za testiranje hipoteze $H_0: \sigma^2 = 1$ protiv $H_1: \sigma^2 = 4$.

b) Ako je n=10, α=0,05, naći verovatnoću greške II vrste β.

5. U uzorku su dobijene sledeći podaci o broju klijenata usluženih u 5 radnih dana: 60, 73, 48, 56, 78. Ispitati pomoću Pirsonovog χ^2 na nivou značajnosti od 5% da li je srednji broj usluženih lica isti u 5 radnih dana.